

# Tema 5: Estructura de la materia I

April 11, 2005

## 1 Estructura del átomo

### 1.1 El átomo de un electrón. Escalas de longitudes y escalas de energías.

En el tema anterior se ha descrito el modelo de Bohr para la estructura del átomo. Este modelo es una descripción semiclásica, provisional de la estructura atómica, que fue sustituido por la descripción puramente cuántica de Schrödinger. No obstante, el modelo de Bohr da correctamente los tamaños y las energías del átomo de un electrón.

El radio de la primera órbita de Bohr, para el átomo de Hidrógeno es:

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0.052nm \quad (1)$$

Resulta conveniente expresar esta término en función de la constante de estructura fina,  $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) \simeq 1/137$ , de forma que simplemente  $a_0 = (\hbar/mc)(1/\alpha)$ . La cantidad  $a_0$  es la escala de todos los tamaños atómicos. Por ejemplo, el radio de la primera órbita de un átomo con un electrón cuyo núcleo tiene carga  $Z$  es  $r(Z) = a_0/Z^2$ . El radio de la órbita con número cuántico principal  $n$  y carga  $Z$  es  $r(Z, n) = a_0n^2/Z^2$ .

En general, los tamaños de los átomos de varios electrones, las moléculas, y todo lo que está compuesto de ellas (nosotros mismos incluidos), vienen determinados por el valor de  $a_0$ . La densidad de la materia normal, compuesta por átomos empaquetados, puede estimarse haciendo simplemente  $\rho = m(H)/(2a_0)^3 = 1.47 \text{ g/cm}^3$ .

Nótese que  $a_0$  es una combinación de constantes fundamentales de la naturaleza  $\hbar, e, \epsilon_0, m$ . Si cualquiera de ellas se modificase,  $a_0$ , y con ella todas las longitudes de todos los objetos de la naturaleza, se modificarían.

La energía (negativa) de la primera órbita del átomo de Hidrógeno es

$$e_0 = -mc^2\alpha^2/2 = -13.6eV \quad (2)$$

La cantidad  $e_0$  da la escala de la energía de todos los procesos atómicos. Por ejemplo, la energía de ligadura de un electrón en su primera órbita con un núcleo de carga  $Z$  es  $e(Z) = Z^2e_0$ . La energía de ligadura de un electrón en la órbita con número cuántico  $n$  es  $e(Z, n) = e_0Z^2/n^2$ . Nótese que, cuanto menor es el tamaño de una órbita, mayor es su energía, y viceversa. Esto está relacionado precisamente con el principio de incertidumbre.

## 1.2 Función de onda del átomo de un electrón.

El modelo de Bohr es simplemente una aproximación semiclásica. El tratamiento correcto del átomo de Hidrógeno requiere utilizar la mecánica cuántica. En ella, el estado del átomo viene caracterizado por una función,  $\Psi(\vec{r}, t)$ . La probabilidad de encontrar un electrón dentro de un volumen pequeño  $dV$  a una distancia  $\vec{r}$  del núcleo viene dada por  $|\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV$ .

Nos interesan los estados estacionarios del átomo, es decir, aquellos en que la probabilidad de encontrar el electrón no depende del tiempo. Estos estados, que cumplen  $\Psi(\vec{r}, t) = \Phi(\vec{r})e^{iEt/\hbar}$ , se obtienen resolviendo la ecuación de Schrödinger  $(T + V - E)\Phi(\vec{r}) = 0$ , o, explícitamente,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{d^2\Phi(\vec{r})}{dx^2} + \frac{d^2\Phi(\vec{r})}{dy^2} + \frac{d^2\Phi(\vec{r})}{dz^2} \right) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \Phi(\vec{r}) = E\Phi(\vec{r}) \quad (3)$$

Esta ecuación tiene soluciones aceptables solamente cuando el valor de  $E$  toma los valores predichos en el modelo de Bohr. Podemos decir que Bohr fue muy afortunado, ya que esta coincidencia entre el modelo de Bohr y la mecánica cuántica sólo se da cuando el potencial es inversamente proporcional a la distancia.

Las funciones de onda, para cada valor de la energía, vienen dadas, en coordenadas esféricas, por

e	n	l	m	$\Phi(r, \theta, \phi)$
$e_0$	1	0	0	$2a_0^{-3/2} \exp(-r/a_0)/\sqrt{4\pi}$
$e_0/4$	2	0	0	$(2a_0)^{-3/2} \exp(-r/2a_0)(2 - r/a_0)/\sqrt{4\pi}$
$e_0/4$	2	1	0	$(2a_0)^{-3/2} \exp(-r/2a_0)(r/a_0) \cos\theta/\sqrt{4\pi}$
$e_0/4$	2	1	+1	$(2a_0)^{-3/2} \exp(-r/2a_0)(r/a_0) \sin\theta e^{i\phi}/\sqrt{8\pi}$
$e_0/4$	2	1	-1	$(2a_0)^{-3/2} \exp(-r/2a_0)(r/a_0) \sin\theta e^{-i\phi}/\sqrt{8\pi}$

Los valores de  $n, l, m$  son los *números cuánticos* que caracterizan el estado del electrón. Nótese que, a diferencia del modelo de Bohr, el electrón no está a una distancia fija del átomo, dada por el radio de la órbita, sino que tiene una distribución de probabilidad. Lo que ocurre es que la probabilidad de encontrar el electrón es máxima.

## 1.3 El átomo de varios electrones. La tabla periódica.

Con la excepción del átomo de Hidrógeno, los átomos que aparecen en la naturaleza tienen varios electrones. Por tanto, la función de onda de un átomo es una función que depende de las coordenadas de todos los electrones del átomo  $\Phi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n)$ . Además, como se vio anteriormente, cada uno de los electrones pueden estar en dos estados de espín  $\uparrow, \downarrow$ . Finalmente, el principio de Pauli exige que la función de onda tenga que ser totalmente antisimétrica con respecto al intercambio de cualquier pareja de electrones.

Por otro lado, los estados estacionarios de un átomo de varios electrones son la solución de la ecuación de Schrödinger  $(H - E)\Phi = 0$ , donde  $H$  es el hamiltoniano de ese sistema. Dicho hamiltoniano lleva los términos de energía cinética de cada electrón y su interacción

con el núcleo. Además, hay que incluir las interacciones entre los electrones (supondremos sólo interacciones a dos cuerpos):

$$H = \sum_{i=1}^N h_i + \sum_{i>j=1}^N \frac{e^2}{r_{ij}}. \quad (4)$$

El sumatorio  $\sum_{i>j=1}^N$  está entendido a todas las parejas de electrones. Cada hamiltoniano  $h_i$  es un hamiltoniano central de tipo hidrogenoide

$$h_i = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 - \frac{Ze^2}{r_i}. \quad (5)$$

La aproximación más cruda consiste en considerar electrones independientes. Eso supone despreciar todas las interacciones  $\frac{e^2}{r_{ij}}$  frente a los  $h_i$ . Esta es una aproximación muy mala y da lugar a errores del 40% para el cálculo de una propiedad simple como es la energía del estado fundamental (incluso será peor para sistemas de muchos electrones, pues hay muchos términos del tipo  $\frac{e^2}{r_{ij}}$ ). Si se quiere mejorar la aproximación, pero manteniendo la idea de electrones independientes, podemos, absorber parte de las interacciones no centrales electrón-electrón en un campo central efectivo y dejar el resto (que se espera que sea pequeño) para tratarlo al final en forma de perturbaciones. En esta aproximación, sobre cada electrón actúa la carga del núcleo y un potencial central que supla con la máxima fidelidad posible el efecto de todos los demás electrones. En la medida en que la distribución de los demás  $N - 1$  electrones no tenga simetría esférica, tampoco la tendrá el campo efectivo. En ese caso se suele aproximar este campo efectivo por un campo promedio central (se promedia en todas las direcciones  $\int d\Omega/(4\pi)$ ).

En la aproximación de campo central promedio, el campo que siente un electrón es el central del núcleo más el promedio central del que crean los demás electrones. En este caso, la función de onda del átomo multielectrónico puede aproximarse como el producto de funciones de onda de cada electrón.

Como el campo global es central, las funciones de onda monoeléctricas están caracterizadas por los números cuánticos  $n, \ell, m_\ell, s, m_s$  y se pueden separar en una parte radial, una parte angular (armónicos esféricos) y una parte de espín:

$$\varphi_{n\ell m_\ell s m_s}(\vec{r}, \vec{s}) = \frac{u_{n\ell}(r)}{r} Y_{\ell m_\ell}(\theta, \phi) \chi_{s m_s}(\xi_s).$$

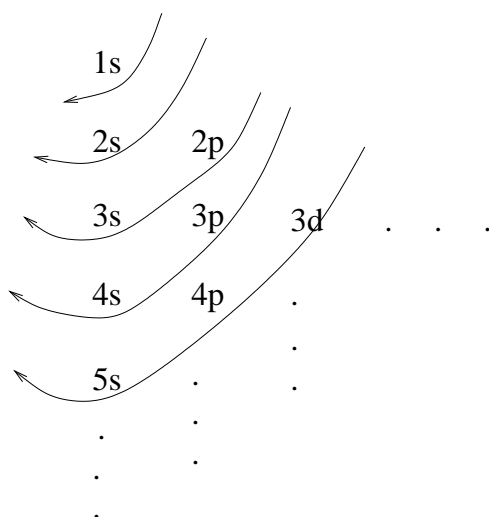
Sólo hay que resolver la ecuación de Schrödinger radial en una dimensión para obtener las funciones de onda radiales  $u_{n\ell}(r)$ . Estas funciones no vienen dadas por las expresiones analíticas del átomo de un electrón, sino que se obtienen numéricamente, dependiendo del potencial promedio.

El principio de Pauli, cuando la función de onda es el producto de funciones monoparticulares, es equivalente a exigir que los números cuánticos correspondientes a distintos electrones han de ser diferentes. Por tanto, para construir la función de onda de un átomo de varios electrones, basta ir colocando los electrones en los estados monoparticulares más favorables energéticamente. Cada estado monoeléctrico viene caracterizado por los números cuánticos  $(n, \ell, m_\ell, m_s)$ . Como ya hemos comentado, a diferencia del H, para átomos multielectrónicos las energías sí dependen de  $\ell$ . Para el átomo multielectrónico, los electrones que tengan un número cuántico  $\ell$  mayor, se encontrarán, en promedio, más lejos del núcleo y, por lo tanto, ven la carga de éste más apantallada por el resto de los

electrones. Por ello, para un  $n$  dado, los electrones con mayor  $\ell$  se encuentran menos ligados. Por ejemplo, para  $n = 3$  el estado más ligado tendrá  $\ell = 0$ , después estará el  $\ell = 1$  y, finalmente, el menos ligado será el  $\ell = 2$ . Entonces la secuencia de llenado de los orbitales monoparticulares será, usando la notación  $n\ell$ :

$$1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s \dots$$

En la figura siguiente mostramos una gráfica para recordar el orden de llenado de los orbitales en un átomo multielectrónico.



En cada orbital  $n\ell$  caben  $2(2\ell + 1)$  electrones ya que hay  $(2\ell + 1)$  proyecciones  $m_\ell$  y, además, la proyección de espín  $m_s$  para el electrón tiene dos valores posibles  $\pm 1/2$ .

Dar la configuración electrónica de un átomo con  $N$  electrones es dar cuántos electrones hay en cada nivel monoeléctrico. Por ejemplo, las configuraciones electrónicas en el estado fundamental para algunos átomos son:

H $1s^1$							He $1s^2$
Li $1s^2 2s^1$	Be $1s^2 2s^2$	B $1s^2 2s^2 2p^1$	C $1s^2 2s^2 2p^2$	N $1s^2 2s^2 2p^3$	O $1s^2 2s^2 2p^4$	F $1s^2 2s^2 2p^5$	Ne $1s^2 2s^2 2p^6$
Na $[Ne]3s^1$	Mg $[Ne]3s^2$	Al $[Ne]3s^2 3p^1$	Si $[Ne]3s^2 3p^2$	P $[Ne]3s^2 3p^3$	S $[Ne]3s^2 3p^4$	Cl $[Ne]3s^2 3p^5$	Ar $[Ne]3s^2 3p^6$

La primera columna, en la que también están  $K$  ( $4s^1$ ),  $Rb$  ( $5s^1$ ),  $Cs$  ( $6s^1$ ) y  $Fr$  ( $7s^1$ ), incluye a los elementos que tienen su electrón menos ligado en la capa  $s$ . La segunda columna incluye los elementos con sus dos electrones menos ligados en el nivel  $s$  (excepto el He). La columna tercera incluye los elementos con su electrón menos ligado en una capa  $p$ . La cuarta incluye aquéllos elementos con sus dos electrones menos ligados en la capa  $p$ . Así sucesivamente hasta llegar a la última columna, que corresponde a elementos con sus seis electrones menos ligados completando la capa  $p$ . En esta tabla periódica reducida todavía no ha empezado a llenarse el primer nivel  $3d$ . Cuando eso ocurra ( $Sc$  con  $Z=21$ ) hay que incluir en la tabla periódica 10 columnas intermedias que corresponden al llenado del nivel  $d$  con 1, 2, 3, ..., 10 electrones. Del mismo modo, cuando lleguemos

a la situación en que el número de electrones sea tal que se empiece a llenar el nivel  $4f$  ( $La$  con  $Z = 57$ ) debemos añadir a la tabla periódica 14 columnas que corresponden al llenado del nivel  $f$  con 1, 2, 3, ..., 14 electrones. Estas son las reglas generales aunque hay algunas excepciones en el llenado debido a las interacciones residuales que veremos en la próxima lección.

Las propiedades químicas de los elementos dependen fundamentalmente de los electrones menos ligados, también llamados de valencia. Por ello, los elementos en una misma columna de la tabla periódica, que tienen los nucleones de valencia ocupando el mismo nivel, tienen propiedades químicas parecidas. Por ejemplo, los gases nobles, la última columna de la tabla periódica, completan una capa  $p$  (excepto el He que completa la  $1s$ ). Eso los hace muy estables pues el siguiente nivel  $s$  está bastante alejado energéticamente, por ello son muy inertes. Sin embargo, la columna anterior ( $F, Cl, \dots$ ) está compuesta por elementos a los que le falta 1 electrón para completar una capa  $p$ . Por ello, esos elementos tienen gran facilidad para coger 1 electrón (gran afinidad electrónica) y estabilizarse completando la capa  $p$ . En el otro extremo de la tabla, en la columna 1 tenemos elementos con 1 electrón en la capa  $s$ . Esos elementos se estabilizan si sueltan ese electrón y quedan con la capa  $p$  anterior llena, por ello tienen potenciales de ionización muy bajos. Hay que mencionar que el límite de la tabla periódica no lo ponen los electrones sino la estabilidad del núcleo. Cuando aumenta mucho el número de protones por encima de  $Z = 82$ , el núcleo atómico se hace más y más inestable debido a la repulsión coulombiana entre los protones.

## 1.4 Emisión de radiación. El láser. Los rayos X.

La radiación electromagnética (Rayos X, ultravioleta, visible) se absorbe o se emite por los átomos cuando sus electrones pasan de un nivel de energía a otro. La relación entre la diferencia de energía de los niveles  $\Delta E$  y la longitud de onda de la radiación  $\lambda$  viene dado por

$$\Delta E \lambda = \hbar c 2\pi = 1240 \text{ eV nm}$$

La luz visible, que está en un intervalo entre  $\lambda = 400$  nm (color violeta) y  $\lambda = 700$  nm (color rojo) corresponde a unos saltos de energía entre 3 y 1.7 eV. El color de un objeto determinado depende de la estructura electrónica de las moléculas que forman su superficie. Si existen niveles para los electrones a una energía de excitación de 1.7 eV, el objeto podrá absorber y emitir luz roja, y por tanto se verá rojo.

La luz ultravioleta produce excitaciones de los electrones con una energía superior a 3 eV. Esta radiación puede arrancar electrones de las moléculas, y provocar reacciones indeseadas en los seres vivos. De ahí la peligrosidad de una exposición incontrolada a radiación ultravioleta, y la importancia de preservar la capa de ozono.

### 1.4.1 El láser

La palabra láser (aceptada en el diccionario de la Real Academia) corresponde a las iniciales inglesas "Light Amplification by the Stimulated Emission of Radiation". Para comprender el funcionamiento del láser es preciso recordar los conceptos siguientes:

**Absorción de radiación:** Un átomo o molécula, en su estado fundamental, absorbe un fotón, y pasa a un estado excitado.

**Emisión espontánea de radiación:** Un átomo o molécula, en un estado excitado, emite un fotón y pasa a su estado fundamental. La dirección de este fotón es aleatoria.

**Emisión estimulada de radiación:** Un átomo o molécula, en un estado excitado, en la presencia de un fotón con una energía adecuada, emite un fotón con la misma energía y dirección que el fotón incidente.

Para construir un láser, es preciso tener un conjunto de átomos y moléculas en un estado excitado determinado. Entonces, cuando se produce una primera emisión espontánea por un átomo, el fotón producido “estimula” la emisión de otro fotón idéntico otro átomo, y así sucesivamente. El resultado final es un conjunto de fotones con la misma dirección y la misma energía (y por tanto la misma longitud de onda), que corresponden al láser.

### 1.4.2 Los rayos X

Los electrones más internos de los átomos ven la carga íntegra del núcleo, y, para ellos, el efecto de apantallamiento debido a otros electrones, es despreciable. En este caso, los niveles de energía vienen dados aproximadamente por la expresión del átomo de un electrón:

$$E(n) \simeq -\frac{Z^2}{n^2}13.6\text{eV}$$

Cuando, por algún procedimiento, se arrancan los electrones más internos de un átomo ( $n=1$ ), los electrones que ocupan los niveles más altos ( $n=2$ ) pasan a ocupar el orbital vacío, con lo que se libera un fotón cuya energía es, aproximadamente

$$E(\gamma) = (1 - 1/4)Z^213.6\text{eV}$$

Estos fotones tienen una energía del orden de decenas de miles de eV, que corresponden a unas longitudes de onda de decenas de pm (picómetros). Están en el rango de los rayos X, y son característicos de cada elemento.

la técnica de análisis PIXE (Proton Induced X-ray Emission) consiste en usar los protones producidos en un acelerador “pequeño” (como el del CNA de Sevilla) para arrancar los electrones de una muestra que se quiere analizar. Estudiando los rayos X que se obtienen, puede inferirse la composición de la muestra.

## 2 Estructura del núcleo

### 2.1 Los constituyentes del núcleo: Protones y Neutrones

Rutherford (1911) descubrió que el átomo, cuyo tamaño es del orden de 0.1 nm ( $10^{-10}$  m) estaba constituido por una “nube” de electrones, con carga negativa, que orbitaban en torno a un núcleo muy pequeño, cuyo tamaño es de varios fm ( $10^{-15}$  m).

Moseley, analizando los rayos X de distintos materiales, encontró la carga de los núcleos de los distintos elementos, que es  $Z$  veces la carga del electrón, donde  $Z$  es un número entero (el número atómico).

Por otro lado, las masas de los núcleos, prácticamente iguales a las masas de los átomos, eran aproximadamente  $A$  veces la masa del protón, donde  $A$  es un número entero (número másico). Para un elemento dado, el número  $Z$  es fijo. No obstante, ese elemento es en general una mezcla de isótopos con distinto número  $A$  (número másico). Así, el carbono ( $Z=6$ ) aparece en la naturaleza como una mezcla de dos isótopos: Carbono-13 ( $^{13}\text{C}$ ), con  $A=13$ , (1.10%), y Carbono-12 ( $^{12}\text{C}$ ), con  $A=12$ , (98.90%). Además, existe una pequeña

fracción de Carbono-14 ( $^{14}\text{C}$ ), con  $A=14$ . Este isótopo es radiactivo, y la cantidad de  $^{14}\text{C}$  que tenga una muestra de origen biológica permite determinar la edad de dicha muestra. Inicialmente, se consideró la posibilidad de que el núcleo estuviera constituido por  $A$  protones y  $A - Z$  electrones. Esta combinación da los valores adecuados de carga ( $+Ze$ ) y masa ( $Am_p$ ) del núcleo. Si embargo, esta opción era incompatible con el principio de incertidumbre, ya que un electrón confinado en un espacio  $\Delta r \simeq 1$  fm tendría un momento  $\Delta p \simeq \hbar/\Delta r \simeq 200$  MeV/c, con lo cual su energía sería cinética altísima (unos 200 MeV). La opción alternativa era suponer que existía una nueva partícula, el neutrón, de carga nula y masa similar a la del protón, de forma que un núcleo estaría formado por  $Z$  protones y  $A - Z$  neutrones. El neutrón fue observado en 1932 por Chadwick. Actualmente conocemos con precisión la masa del protón  $m_p = 939.56533(4)$  MeV, y la del neutrón  $m_n = 938.27200(4)$  MeV. Estas masas son unas 2000 veces superiores a la del electrón  $m_e = 0.510998902$  MeV.

## 2.2 Escalas de longitudes y escalas de energías

La escala de longitud para los núcleos atómicos es el femtometro (fm), que corresponde a  $10^{-15}$  m. Un núcleo de número atómico  $A$  tiene un tamaño equivalente al volumen de una esfera de radio  $R = 1.2A^{1/3}$  fm. Nótese que los núcleos atómicos son unas 100000 veces más pequeños que los átomos.

La escala de energías para los núcleos atómicos es el mega-electrón-voltio (MeV). El núcleo más sencillo, el deuterón ( $^2\text{H}$ ,  $A=2$ ,  $Z=1$ ), está formado por un protón y un neutrón, y la energía que los liga (la energía necesaria para romper el deuterón, separando sus componentes), es de 2.22 MeV. Los siguientes núcleos son el tritón ( $^3\text{H}$ ,  $A=3$ ,  $Z=1$ ) y el Helio-3 ( $^3\text{He}$ ,  $A=3$ ,  $Z=2$ ), y sus energías de ligadura son de 8.481 y 7.718 MeV respectivamente. La partícula  $\alpha$  ( $^4\text{He}$ ,  $A=4$ ,  $Z=2$ ) tiene una energía de ligadura de 28.29 MeV.

La energía necesaria para excitar un núcleo atómico es, por tanto, del orden de varios MeV, lo cual es un millón de veces mayor que la energía (varios eV) necesaria para excitar un átomo. Estos seis órdenes de magnitud de diferencia ponen de manifiesto la importancia de la energía nuclear.

## 2.3 Masas nucleares y energías de ligadura

La teoría de la relatividad relaciona la energía y la masa, a través de la conocida expresión  $E = mc^2$ . Esta expresión implica que si, por algún proceso, se modifica la energía de un sistema, en una cantidad  $\Delta E$ , la masa se verá modificada en una cantidad  $\Delta m = \Delta E/c^2$ . En el caso de la física atómica, las energías que se ponen en juego (eV) son muy inferiores al producto de la masa del átomo por  $c^2$ , que es del orden de varios GeV. Sin embargo, en el caso de los núcleos, la energía total de ligadura de los protones y neutrones no es despreciable frente a la masa total del núcleo. Por tanto, la expresión de la masa de un núcleo viene dado por:

$$M(A, Z)c^2 = Zm(p)c^2 + (A - Z)m(n)c^2 - B(A, Z) \quad (6)$$

donde  $B(A, Z)$  es la energía que liga los protones y los neutrones dentro del núcleo. Esta energía de ligadura responde, aproximadamente, a una fórmula semiempírica, denominada fórmula semiempírica de masas:

$$B(A, Z) = a_1A - a_2A^{2/3} - a_3Z^2A^{-1/3} - a_4(A - 2Z)^2/A \quad (7)$$

El primer término  $a_1 A$  es el término de volumen. El parámetro  $a_1 = 15.7 \text{ MeV}$  corresponde al efecto atractivo sobre cada neutrón o protón producido por la interacción fuerte.

El segundo término  $-a_2 A^{2/3}$  es el término de superficie, donde  $a_2 = 17.8 \text{ MeV}$ . Aparece para dar cuenta de que los nucleones cercanos a la superficie no sienten tanta atracción como los del interior. La superficie del núcleo es proporcional a  $R^2$ , y por tanto a  $A^{2/3}$ .

El tercer término  $-a_3 Z^2 A^{-1/3}$  es el término coulombiano, donde  $a_3 = 0.712 \text{ MeV}$ . Da cuenta de la disminución de la ligadura debido a la repulsión entre protones. El número de parejas de protones  $Z(Z-1)/2$  es aproximadamente proporcional a  $Z^2$ , y la distancia típica  $R$  es proporcional a  $A^{1/3}$ .

El cuarto término  $-a_4 (A - 2Z)^2 / A$  es el término de asimetría, donde  $a_4 = 23.6 \text{ MeV}$ . Da cuenta del efecto del principio de Pauli, por el cual dos protones, o dos neutrones, no pueden ocupar el mismo estado cuántico. Por tanto, excluyendo el efecto coulombiano, sería energéticamente favorable que el número de protones  $Z$  y de neutrones  $A - Z$  fuera el mismo, para que se ocupen los niveles más bajos tanto de protones como de neutrones.

## 2.4 Fuerzas nucleares

Las fuerzas que intervienen en un núcleo atómico son las siguientes:

### Interacción Electromagnética:

Afecta sobre todo a los protones, y tiene un efecto repulsivo. La repulsión electrostática entre dos protones viene dada por

$$V(r) = \hbar c \alpha / r \quad (8)$$

Considerando que  $\alpha = 1/137$  es la constante de estructura fina,  $\hbar c \alpha = 1.44 \text{ MeV fm}$ . Las distancias típicas en el núcleo son del orden de  $1 \text{ fm}$ , la interacción electromagnética tiene un valor típico de  $1 \text{ MeV}$  por cada pareja de protones.

Los neutrones también sienten la interacción electromagnética, debido a que tienen un momento magnético. Son, por tanto, como pequeños imanes. No obstante, el efecto de la interacción magnética en los neutrones es muy inferior a la interacción electrostática entre protones.

### Interacción Nuclear Fuerte:

La interacción nuclear fuerte afecta por igual a protones y neutrones, y es de carácter atractivo. La expresión completa de la interacción fuerte entre dos protones (o dos neutrones, o un neutrón y un protón) es complicada, pero una expresión analítica que describe la interacción es

$$V_s(r) = -\hbar c \alpha_s \exp(-r/a_s) / r \quad (9)$$

donde  $\alpha_s \simeq 0.5$  es la constante sin dimensiones que mide la intensidad de la interacción fuerte.  $a_s \simeq 1 \text{ fm}$  mide el alcance de la interacción fuerte. Nótese que, a distancias del orden de  $1 \text{ fm}$ , la interacción nuclear fuerte es más *fuerte* que la electromagnética, y de ahí viene su nombre.

### Interacción Nuclear Débil:

La interacción débil es la responsable de procesos por los cuales un protón puede convertirse en neutrón o viceversa. En estos procesos, para que se conserve la carga eléctrica, se producen o se absorben electrones, y unas partículas sin carga eléctrica y masa prácticamente

nula que se llaman **neutrinos**, y se representan por  $\nu$ . Un procesos típicos que ocurren por la interacción débil es



Estos procesos son esenciales para que nuestro sol brille. El sol está formado principalmente por protones y electrones. La energía del sol proviene de procesos que pueden expresarse como



La interacción débil es de muy corto alcance. Actúa solamente cuando la distancia entre protón y electrón es prácticamente nula. Una expresión que describe la interacción débil es

$$V_w(r) = -\hbar c \alpha_w \exp(-r/a_w)/r \quad (12)$$

donde  $\alpha_w \simeq 0.0316$  y  $a_w = 2.45 \cdot 10^{-3}$  fm. Nótese que la interacción débil es más *débil* que la electromagnética cuando se promedia hasta distancias del orden de 1 fm, de ahí su nombre.

## 3 Partículas subatómicas

### 3.1 El paradigma de la física en 1932.

Un paradigma es el marco que nos permite describir fenómenos. En el caso de la física, necesitamos unos “elementos”, o “partículas elementales”, unas interacciones y un marco teórico.

#### Partículas elementales

En 1932, con el descubrimiento del neutrón, se consideraba que toda la materia estaba compuesta de *protones* y *neutrones*, que constituían los núcleos atómicos, *electrones* que constituían la corteza electrónica, y *neutrinos*. Estos últimos no se habían detectado experimentalmente, ya que al no tener carga, interaccionan solamente a través de la interacción débil. No obstante, su existencia se había inferido para que se conservara la energía en los procesos de desintegración nuclear.

#### Interacciones

Las interacciones relevantes para la estructura de la materia son: La *interacción electromagnética*, que describía la estructura de los átomos, y a partir de ellos la de las moléculas, sólidos, etc. La *interacción nuclear fuerte*, que junto con la electromagnética describe la estructura de los núcleos. La *interacción nuclear débil*, que describe los procesos en los que neutrones se convierten en protones o viceversa.

#### Marco Teórico

El marco teórico, que permite combinar partículas e interacciones para describir las propiedades de la naturaleza es la mecánica cuántica. Un protón y un electrón, con la interacción electromagnética, cuando se describen en la mecánica cuántica, esto es, resolviendo la ecuación de Schrödinger, dan lugar a las propiedades del átomo de hidrógeno que se observan en la naturaleza.

### 3.2 Partículas y antipartículas.

La mecánica cuántica descrita por la Ecuación de Schrödinger no es consistente con la teoría de la relatividad. Esto no es un problema para describir la estructura de los átomos,

ya que en ellos las velocidades de los electrones son pequeñas comparadas con la velocidad de la luz. No obstante, se consideraba que era necesario compaginar los dos grandes avances de los inicios del siglo XX (relatividad y cuántica) para conseguir un marco teórico consistente con ambas. El primer intento en esa línea condujo a la *Mecánica Cuántica Relativista*. En este marco, se predecía que todas las partículas deberían tener una antipartícula, con la misma masa, y la carga eléctrica, número másico y otras propiedades similares opuestas.

La antipartícula del protón  $p$  es el antiprotón  $\bar{p}$ , que tiene la misma masa que el protón, pero carga eléctrica negativa. El número másico  $A$  (también llamado número bariónico  $B$ ) vale 1 para el protón y -1 para el antiprotón.

La antipartícula del neutrón  $n$  es el antineutrón  $\bar{n}$ , que tiene la misma masa que el neutrón, tiene también carga nula, pero difiere del neutrón en su momento magnético, que es opuesto al del neutrón, así como en número másico  $A$ , que vale 1 para el neutrón y -1 para el antineutrón.

La antipartícula del electrón  $e$  es el positrón  $e^+$ , que tiene carga positiva. También difieren en una cantidad, denominada número leptónico  $L$ , que vale +1 para el  $e$  y -1 para el  $e^+$ . Los positrones se pueden producir como resultado de la absorción de un fotón de energía suficiente ( $E(\gamma) > 1.022$  MeV), que da lugar a la creación de un electrón y un positrón. Un positrón se aniquila rápidamente con un electrón que encuentre, dando lugar a dos fotones, de energía  $E(\gamma) = 0.511$  MeV. Este fenómeno se utiliza para diagnóstico de enfermedades en la técnica PET (Tomografía por Emisión de Positrones).

La antipartícula del neutrino  $\nu$  es el antineutrino  $\bar{\nu}$ . El antineutrino tiene carga nula, y masa prácticamente nula, como el neutrino. La diferencia entre ambos radica en el número leptónico  $L$ , que vale +1 para el  $\nu$  y -1 para el  $\bar{\nu}$ . Los antineutrinos aparecen en el decaimiento de los neutrones. Un neutrón aislado es inestable, y tras varios minutos decae según el proceso  $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$ .

La antimateria consiste en sistemas formados por las antipartículas. Por ejemplo, el anti-hidrógeno estaría formado por un antiprotón y un positrón. Las propiedades de la materia y la de la antimateria son prácticamente iguales. Así, los niveles del átomo de anti-hidrógeno son prácticamente iguales que los del hidrógeno.

Cuando la materia se encuentra con la antimateria cada partícula se aniquila con su antipartícula correspondiente, y dan lugar a una explosión de energía, en la que la masa se convierte completamente en energía según  $E = mc^2$ .

### 3.3 Teoría Cuántica de Campos.

Una formulación de la mecánica cuántica plenamente consistente con la relatividad requiere considerar que todas las interacciones estén producidas por el intercambio de una partícula intermediaria. La masa de esta partícula es inversamente proporcional al alcance de la interacción.

En la Teoría Cuántica de campos, se obtiene que, bajo ciertas aproximaciones, la interacción producida por el intercambio de una partícula de masa  $m$  es equivalente a la de un potencial

$$V_m(r) = \hbar c \alpha_m \exp(-r/a_m)/r$$

donde  $\alpha_m$  mide la intensidad de la interacción y  $a_m = \hbar c/mc^2$  mide el alcance de la interacción. la derivación detallada de esta expresión es complicada, pero puede obtenerse por el argumento siguiente: Para que aparezca una partícula intermediaria de masa  $m$  es

necesario invertir una energía  $\Delta E = mc^2$ . El principio de incertidumbre  $\Delta E \cdot \Delta t \simeq \hbar$  nos permite disponer de una energía  $mc^2$  durante un tiempo  $\Delta t \simeq \hbar/mc^2$ . Durante ese tiempo, la partícula viajará, como máximo, una distancia  $a_m = c \cdot \Delta t$ , lo cual nos lleva a  $a_m = \hbar c/mc^2$ .

La interacción electromagnética no tiene ninguna exponencial decreciente. Ello implica que el alcance de la interacción electromagnética es  $a \rightarrow \infty$ . Por tanto, la masa de la partícula intercambiada es cero. Esta partícula intercambiada es el fotón ( $\gamma$ ).

La interacción nuclear fuerte tiene un alcance  $a_s \simeq 1$  fm. Ello implica que la masa de la partícula intercambiada debe ser  $mc^2 = \hbar c/a_s \simeq 200$  MeV. Este argumento fue desarrollado por vez primera por el físico japonés Yukawa, en 1935. Él predijo que deberían existir partículas de unos 200 MeV, a las que llamó mesones, que serían las partículas intermediarias de la interacción fuerte.

La interacción nuclear débil tiene un alcance muy corto  $a_w \ll 0.01$  fm. Por ello, la masa de la partícula intercambiada debería ser muy grande  $m_w \gg 20000$  GeV. En 1983 se encontraron en el CERN las partículas  $W^+$  y  $W^-$ , llamadas bosones vectoriales intermedios, con una masa de 80.4 GeV.

## 3.4 Descubrimiento de partículas subatómicas. Los quarks.

### 3.4.1 Leptones

En 1937, buscando las partículas predichas por Yukawa entre los rayos cósmicos, se descubrió una partícula inesperada. Era el muón  $\mu$ , cuya masa es de 105.66 MeV, y que se comportaba a todos los efectos como electrón más pesado. Esta partícula no sentía la interacción fuerte, por lo que no podía ser la partícula predicha por Yukawa. El muón negativo  $\mu^-$ , que aparecía con su antipartícula el muón positivo  $\mu^+$ , es una partícula inestable, que decae tras una fracción de segundo produciendo un electrón, un anti-neutrino electrónico y un neutrino muónico  $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ .

En 1975, en el acelerador SLAC de EEUU, se descubrió una tercera partícula, análoga al electrón y al muón, pero con masa aún más grande. Es la partícula tau  $\tau$ , cuya masa es de 1777.05 MeV. Esta partícula, que aparece con su antipartícula  $\tau^+$  no siente la interacción fuerte, y decae produciendo un neutrino característico, el  $\nu_\tau$ .

Electrón, muón y tau, con sus neutrinos correspondientes, reciben el nombre de Leptones. Se caracterizan porque no sienten la interacción fuerte. Los leptones cargados  $e, \mu, \tau$  sienten la interacción electromagnética y la interacción débil. Los neutrinos  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  solamente sienten la interacción débil. Las propiedades de los leptones son consistentes con el hecho de que sean partículas elementales. En concreto, la relación del momento magnético y la carga eléctrica es la que cabría esperar de una partícula elemental.

### 3.4.2 Mesones

En 1947 se descubrieron finalmente los piones  $\pi^+$  y  $\pi^-$ , con masa 135 MeV, que correspondían a las partículas predichas por Yukawa. En 1950 se descubrió el pión neutro  $\pi^0$ , de masa 139 MeV. Estas partículas no eran estables. Decaían, tras una fracción de segundo, en electrones o positrones con neutrinos o bien en fotones. No obstante, se encontró que los piones sentían la interacción fuerte.

En 1949 se descubrieron otras partículas, análogas a los piones, llamadas kaones  $K^+, K^-, K^0, \bar{K}^0$ . Eran partículas más pesadas que los piones,  $m(K^\pm) = 493.7$  MeV, que también sentían

la interacción fuerte, pero que decaían de una forma inesperada, ya que, aunque sólo vivían una fracción de segundo, tenían una vida mucho más larga de lo que cabía esperar. Para describir este decaimiento, se les asignó un número cuántico, denominado extrañeza  $S$ , de tal forma que  $S(K^+) = S(K^0) = +1$ ,  $S(K^-) = S(\bar{K}^0) = -1$ . Los piones, por su parte, tenían extrañeza  $S = 0$ .

A partir de 1950, empezaron a descubrirse una gran variedad de partículas, con propiedades similares a los piones y kaones. Todas estas partículas se llaman mesones, y acaban decaendo en electrones, neutrinos y fotones. Los mesones sienten la interacción fuerte, y tienen número bariónico  $B = 0$ . Estaba claro que todas estas partículas no podían ser elementales.

### 3.4.3 Bariones

A partir de 1950, empiezan a detectarse partículas más pesadas que el protón y el neutrón. Estas partículas, llamadas bariones, se caracterizan porque sienten la interacción fuerte, y en su decaimiento acaban produciendo un protón, y otras partículas (electrones, positrones, neutrinos, fotones). Los bariones se caracterizan porque su número bariónico  $B = 1$ .

Algunas de estas partículas tenían vidas anómalamente largas, por lo que podía asignárseles un valor de la extrañeza. El protón y el neutrón tienen  $S = 0$ . Las resonancias delta  $\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$  tienen  $S = 0$ . La partícula lambda  $\Lambda$  tiene carga nula y  $S = -1$ . Las partículas sigma  $\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$  tienen  $S = -1$ . Las cascadas  $\Xi^0, \Xi^-$  (llamadas así por su decaimiento en dos fases) tienen  $S = -2$ . La partícula  $\Omega^-$  tiene  $S = -3$ .

Todas estas partículas tienen su antipartícula correspondiente, que tiene carga y extrañeza opuestas a las de la partícula. Las antipartículas de los bariones se llaman antibariones, y tienen número bariónico  $B = -1$ .

Los bariones (incluidos el protón y el neutrón), con sus antibariones, son tantos que claramente no son partículas elementales.

### 3.4.4 El modelo de quarks

A partir de la década de 1960, se empezó a buscar una forma de clasificar a los mesones y bariones, con idea de describirlos como sistemas de partículas más fundamentales. Finalmente, en 1964, Gell-Mann y Zweig propusieron que las propiedades de las partículas conocidas (en concreto, carga y extrañeza), podrían describirse si se las consideraban como sistemas de partículas elementales denominadas quarks.

Se propusieron tres tipos de quarks. El quark  $u$ , o “up”, con carga  $+2/3$  y  $S = 0$ , el quark  $d$ , o “down” con carga  $-1/3$  y  $S = 0$ , y el quark  $s$ , o “strange” con carga  $-1/3$  y  $S = -1$ . Los quarks tenían sus antipartículas, los antiquarks  $\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$ , con números cuánticos opuestos. Los bariones están compuestos por tres quarks, y los mesones por un quark y un antiquark. Así, un protón sería un sistema  $uud$ , mientras que un pión positivo sería  $u\bar{d}$ .

Posteriormente, para explicar la aparición de partículas más pesadas, se vio la necesidad de aumentar el número de quarks, incluyendo el quark  $c$ , o “charmed”, con carga  $+2/3$ , el quark  $b$ , o “bottom”, con carga  $-1/3$ , y el quark  $t$ , o “top”, con carga  $+2/3$ . Este último fue descubierto en 1995, y tiene una masa de 174 GeV, casi 200 veces superior a la masa del protón.

### 3.5 El modelo estándar. El paradigma de la física actual.

Actualmente, la descripción que tenemos de la naturaleza se basa en el modelo estándar, que ya estaba configurado en 1975. Este modelo puede describirse como un paradigma, en el que existen unas partículas elementales, unas interacciones y un marco teórico.

#### Partículas elementales.

Actualmente consideramos que toda la materia, incluida la que podemos producir en los aceleradores, y la que existía tras el Big Bang, está compuesta de quarks y leptones. Éstos son los siguientes (sin mencionar sus antipartículas):

partícula	símbolo	carga
electrón	$e$	-1
neutrino electrónico	$\nu_e$	0
muón	$\mu$	-1
neutrino muónico	$\nu_\mu$	0
tau	$\tau$	-1
neutrino tauónico	$\nu_\tau$	0
quark up	$u$	+2/3
quark down	$d$	-1/3
quark charmed	$c$	+2/3
quark strange	$s$	-1/3
quark top	$t$	+2/3
quark bottom	$b$	-1/3

#### Interacciones

Los quarks interactúan entre sí por una interacción de largo alcance denominada la **interacción de color**. Esta interacción se produce por el intercambio de ocho partículas sin masa denominadas “gluones”. Esta interacción es muy intensa entre los quarks que forman los bariones o los mesones. Ello hace que los quarks no puedan verse aislados, sino solamente formando partículas como los protones o los neutrones. La interacción fuerte entre dos neutrones es como un residuo de la interacción entre los quarks que forman los neutrones. Los leptones no sienten la interacción de color.

La interacción electromagnética y la interacción débil aparecen como distintos aspectos de una interacción unificada, denominada la **interacción electrodébil**. Esta interacción se produce mediante el intercambio de cuatro partículas, que son el fotón  $\gamma$  y los bosones vectoriales  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$ . Todas las partículas (quarks y leptones) sienten la interacción electrodébil.

#### Marco Teórico

Hemos visto que para compaginar la teoría cuántica y la relatividad es necesario recurrir a una teoría cuántica de campos, en la que las interacciones se describen mediante el intercambio de partículas. No obstante, las teorías cuánticas de campos pueden tener problemas de consistencia interna, ya que producen resultados infinitos, sin sentido físico. Sin embargo, existe una clase de teorías, denominadas **teorías gauge locales**, en las que

los infinitos se pueden evitar. Son teorías renormalizables. En las teorías gauge locales, las interacciones surgen como resultado de simetrías internas de las partículas. Actualmente se considera que el marco teórico aceptable para cualquier descripción de la naturaleza debe corresponder a una teoría gauge local. La interacción de color surge de una teoría gauge local denominada **Cromodinámica Cuántica**, y la interacción electrodébil surge de una teoría gauge local denominada **Teoría Electrodébil**

## 4 Cuestiones

1. Qué tamaño tiene un átomo en el modelo de Bohr. Qué energía es necesaria para arrancar un electrón de un átomo de hidrógeno.
2. Cómo depende la energía y el radio de la carga  $Z$  del núcleo en el átomo de un electrón.
3. En qué consiste la aproximación del campo medio para un átomo de muchos electrones.
4. Cómo se obtienen las propiedades de los elementos de la tabla periódica a partir de la secuencia de niveles monoparticulares.
5. Qué son los rayos X. Qué energía tienen.
6. Cómo funciona un LÁSER.
7. Qué propiedades (masa, carga y momento magnético) tienen los protones, neutrones y electrones.
8. Qué representan los números  $Z$  y  $A$  referidos a un núcleo atómico.
9. Qué tamaño tienen los núcleos. Cómo es su distribución de densidad.
10. Qué fuerzas existen entre protones, neutrones y electrones. Explica sus características.
11. Qué son las antipartículas. Cómo se predijo su existencia.
12. Cómo está relacionado el alcance de la interacción con la masa de la partícula que la produce. Pon ejemplos.
13. Qué partículas se clasifican como leptones. Qué interacciones sienten. ¿Son elementales? Pon algunos ejemplos.
14. Qué partículas se clasifican como mesones. Qué interacciones sienten. ¿Son elementales? Pon algunos ejemplos.
15. Qué partículas se clasifican como bariones. Qué interacciones sienten. ¿Son elementales? Pon algunos ejemplos.
16. Qué son los quarks. Qué carga eléctrica tienen. Cómo se describen los bariones y los mesones en términos de quarks.
17. Cuáles son los elementos, las interacciones y el marco teórico en el paradigma de la física actual (modelo estándar).

## 5 Problemas

1. Considera la función de onda del átomo de hidrógeno con  $n=2$ ,  $l=0$ . Calcula la probabilidad de que el electrón esté a una distancia del núcleo a) entre 0 y 0.1 nm; b) entre 0.1 y 0.2 nm; c) entre 0.2 y 0.3 nm; d) a más de 0.3 nm.
2. Considera los rayos X del cobre ( $Z=29$ ), del estaño ( $Z=50$ ) y del plomo ( $Z=82$ ). Calcula sus energías y sus longitudes de onda, considerando las transiciones de niveles electrónicos de  $n=2$  a  $n=1$ . Explica cómo puede utilizarse la emisión de rayos X para conocer la composición de un bronce arqueológico, que es una aleación de cobre y estaño con una pequeña fracción de plomo.
3. Las reacciones de fusión que ocurren en el sol pueden resumirse en el proceso  $4p + 2e \rightarrow \alpha + 2\nu$ . Teniendo en cuenta que la partícula  $\alpha$ , formada por dos protones y dos neutrones, tiene una masa de 3727.409 MeV y que el neutrino  $\nu$  no tiene masa, obtén la energía que se produce por cada reacción. Obtén la energía que produciría la fusión de un gramo de hidrógeno.
4. Teniendo en cuenta la fórmula semiempírica de masas, obtén, en función de  $A$ , cuál es el valor de  $Z$  que produce la máxima energía de ligadura en un núcleo. A partir de este valor, estima cuáles son los valores de  $Z$  y  $N$  que tendrán los valores de los isótopos estables con  $A=20$ ,  $A=50$ ,  $A=100$  y  $A=200$ .
5. Calcula el número de nucleones que hay en un volumen de  $1 \text{ fm}^3$  en el interior de un núcleo típico. Teniendo en cuenta la masa de un nucleón, calcula la densidad en el interior de un núcleo (en  $\text{g/cm}^3$ ).
6. El alcance  $a$  de la interacción producida por el intercambio de una partícula de masa  $m$  viene dado por  $a = \hbar/mc$ . Calcula el alcance de la interacción producida por el intercambio de a) un pión ( $mc^2 = 140 \text{ MeV}$ ); b) un mesón  $\rho$  ( $mc^2 = 770 \text{ MeV}$ ); c) una partícula  $W$  ( $mc^2 = 80.4 \text{ GeV}$ ).
7. Los quarks ligeros  $u$ ,  $d$  y  $s$  se caracterizan por su carga eléctrica y su extrañeza. Así, en unidades de  $e$ , las cargas son, respectivamente,  $2/3$ ,  $-1/3$  y  $-1/3$ , y las extrañezas son  $0$ ,  $0$ , y  $-1$ . Obtén la carga y la extrañeza de las parejas posibles quark-antiquark, y de los grupos de tres quarks. Compáralos con las propiedades de las partículas elementales conocidas.

## 6 Material complementario

- Videos

1. "Electrones y átomos"
2. "El átomo"
3. "Introducción al rayo láser"
4. "Desde el átomo al quark"
5. "La búsqueda de la  $W$  y de la  $Z$ "