

La teoría cuántica

11 de abril de 2005

1. Introducción

A finales del siglo XIX la mayor parte de los científicos tenían la impresión de que el cuadro de la Física estaba fundamentalmente completo. En 1898, lord Kelvin (1824-1907) resumía este sentimiento en un famoso discurso en el que afirmaba que la Física estaba acabada. Según él solamente faltaban unas pocas constantes por medir, pero todas las grandes ideas ya habían sido formuladas. Quedaban, eso sí, dos pequeños problemas para que los jóvenes físicos los resolvieran en los años próximos: la radiación del cuerpo negro y los extraños resultados de los experimentos de Michelson (1852-1931) sobre el éter. Aunque lord Kelvin se equivocaba en el sentido general de su discurso, identificó perfectamente los problemas que aún quedaban por resolver. De hecho, el primero condujo a Max Planck (1858-1947) en 1900 a introducir la cuantización de los intercambios de energía entre radiación y materia, que sería el inicio de la Mecánica Cuántica y el segundo a Albert Einstein (1879-1955) a proponer en 1905 los primeros principios de la teoría de la relatividad en un trabajo titulado "Electrodinámica de los cuerpos en movimiento". Aquéllos dos pequeños problemas revolucionaron toda la Física. En esta sección resumimos brevemente el desarrollo y los fundamentos de la Física Cuántica.

Todo comenzó con el problema de la radiación del cuerpo negro. A finales del siglo XIX se disponía de una gran cantidad de medidas fiables y precisas sobre la radiación emitida por un pequeño orificio hecho a una cavidad mantenida a temperatura constante. Era evidente que la intensidad de la radiación emitida variaba mucho con la frecuencia de la misma. Además, la intensidad de la radiación para una frecuencia dada sólo dependía de la temperatura. Dos amigos de Planck, Wien y Rubens, habían hecho en Munich medidas complementarias de la radiación emitida por la cavidad que mostraban que la curva de intensidad en función de la frecuencia era similar a la propuesta por Maxwell para la distribución de velocidades de las moléculas de un gas

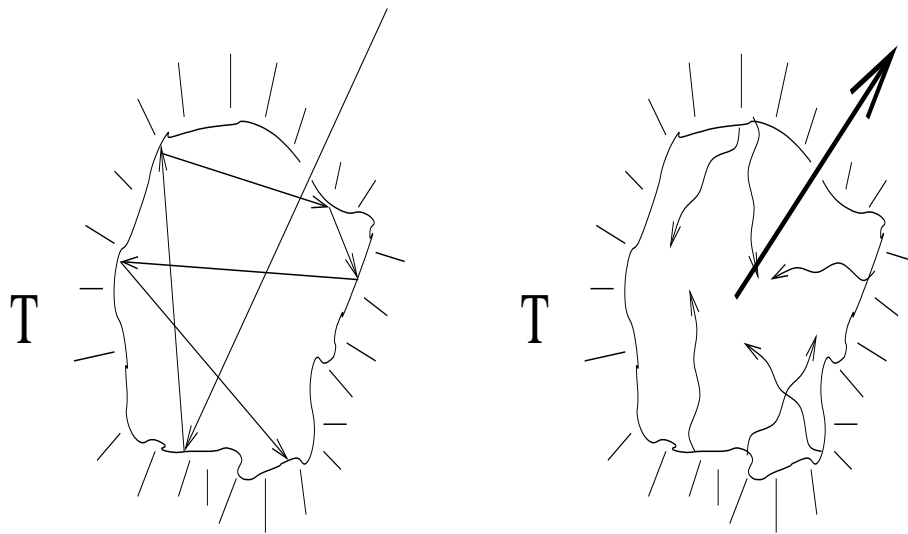
contenido en un recipiente a una temperatura dada. El propio Wien propuso una expresión fenomenológica, basándose en ese hecho, que describía muy bien los datos experimentales a alta frecuencia pero se desviaba de ellos a baja frecuencia. Los ingleses Rayleigh (1842-1919) y Jeans (1877-1946) se propusieron usar toda la potencia del electromagnetismo clásico para dar una explicación teórica a un fenómeno que parecía tan fundamental. A pesar de sus esfuerzos, la expresión que dedujeron en 1905 describía bien las observaciones a baja frecuencia pero discrepaba dramáticamente de los datos experimentales a frecuencias altas. De hecho, su expresión llevaba a la denominada catástrofe ultravioleta: la teoría clásica predecía una intensidad infinita para frecuencias más allá de la región ultravioleta. ¡Una observación fundamental no se entendía y había que hacer algo!

En 1900 Planck propone que los intercambios de energía entre radiación y materia ocurren de forma cuantizada en múltiplos enteros de una constante con dimensiones de acción (a partir de entonces denominada constante de Planck) por la frecuencia de la radiación. Con esta hipótesis la catástrofe ultravioleta desaparecía. En la región de alta frecuencia los cuantos de energía son tan grandes que sólo unos pocos modos vibracionales se pueden excitar con apreciable probabilidad. A medida que aumenta la frecuencia, menos y menos modos se excitan, cayendo a cero en el límite de frecuencias muy altas. Además, la expresión deducida por Planck se ajustaba perfectamente a los datos experimentales. Éste fue el comienzo de toda una revolución en la Física, más sorprendente cuando el propio Planck no estaba muy convencido de la validez de su hipótesis. Sin embargo, unos pocos físicos sí tomaron en serio su propuesta. Einstein la aplicó ampliándola a otro problema en boga a principios del siglo XX. Éste era el efecto fotoeléctrico que, observado primero por Hertz en la última década del siglo XIX, a principios del XX Lenard (1862-1947) había podido estudiar de un modo sistemático. Entre los resultados obtenidos por Lenard llamó la atención el hecho de que los electrones más energéticos emitidos tuvieran la misma energía independientemente de la intensidad de la radiación incidente. Esto era inexplicable en términos de las teorías clásicas ya que la radiación incidente no era más que una onda electromagnética, el campo electromagnético asociado actuaba sobre los electrones ligados del metal fotosensible. De esta forma, la fuerza que actuaba sobre un electrón era proporcional al campo eléctrico, pero la amplitud del campo al cuadrado es directamente proporcional a la intensidad de la onda luminosa. De forma que aumentando la intensidad de la luz aumentamos la amplitud de la onda y, correspondientemente, la fuerza que se ejerce sobre el electrón es mayor. En consecuencia, el electrón debería ser emitido con mayor velocidad, en contra de lo observado. Einstein retomó la idea de Newton de que la luz era un chorro de corpúsculos y la combinó con la hipótesis de

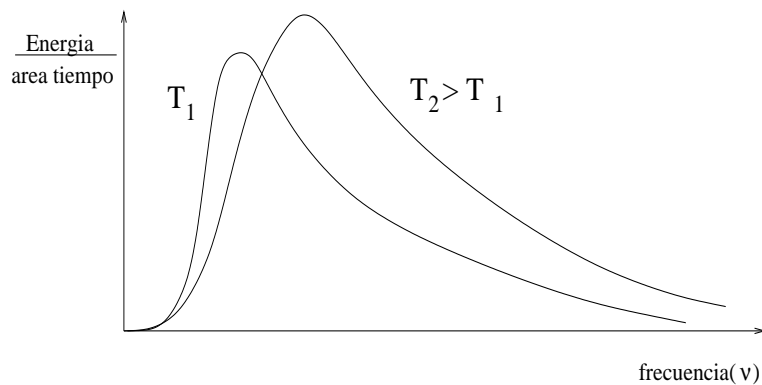
Planck de forma que propuso que no sólo los intercambios de energía entre radiación y materia estaban cuantizados sino que la propia radiación no era más que un conjunto de partículas. A éstas las denominó fotones. Los fotones portaban una energía igual a la constante de Planck por la frecuencia de la radiación. En este esquema, un aumento de intensidad de la luz significa un aumento en el número de fotones, pero todos ellos de la misma energía. En consecuencia, si se acepta que en el efecto fotoeléctrico un fotón es absorbido completamente por el metal y toda su energía se transfiere a un electrón se pueden explicar de un modo sencillo todas las observaciones sobre el efecto fotoeléctrico. Este trabajo de Einstein (1905) fue un espaldarazo importante a la teoría cuántica.

1.1. El cuanto de acción: Max Planck

Como ya hemos comentado, a principios del siglo XX había observaciones relacionadas con la radiación de un cuerpo negro que no se podían entender con las teorías físicas conocidas. Un cuerpo negro en física es el nombre genérico que se da a un sistema que absorbe toda la energía que recibe en forma de radiación. Es fácil construir un cuerpo de este tipo, si consideramos una cavidad de paredes internas rugosas, mantenida a una temperatura constante T y hacemos un pequeño orificio en la pared, ese orificio se comporta como un cuerpo negro. Toda la radiación que llega al orificio, penetra por él en la cavidad y tras varias reflexiones parciales en las paredes interiores es absorbida por completo por la cavidad. Los cuerpos negros son absorbentes perfectos y, se puede demostrar, que también son emisores perfectos. Con montajes de este tipo se puede medir la radiación que emite el orificio para una temperatura T dada y construir la curva de radiación de un cuerpo negro a temperatura T como función de la frecuencia emitida. El concepto de cuerpo negro es importante porque muchos objetos radiantes se aproximan muy bien por un cuerpo negro: la radiación que emite el sol o las estrellas, la radiación que emite un hierro al rojo, la radiación térmica que emite nuestro propio cuerpo, etc.



Resulta que la curva de emisión de un cuerpo negro a una temperatura T es universal, es decir, no depende de la geometría del cuerpo ni del material del que esté hecho. Por tanto, parece un fenómeno fundamental que la Física debe explicar. Sin embargo, las teorías físicas conocidas a finales del siglo XIX eran incapaces de reproducir la curva de emisión del cuerpo negro cuya forma esquemática mostramos en la figura.



Las características fundamentales de estas curvas son:

1. El cuerpo negro radia muy poco en frecuencias bajas y en frecuencias altas.
2. El cuerpo negro presenta un máximo de emisión que es únicamente función de la temperatura.
3. Dicho máximo es más alto y está más desplazado hacia frecuencias mayores al aumentar la temperatura: $\frac{T}{\nu_{max}} = cte$ (ley de desplazamiento de Wien).

4. La energía total radiada (área debajo de la curva) es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura: $E = \sigma T^4$ (ley de Stefan-Boltzmann).

Max Planck estudió este problema y propuso en 1900 que todo se explicaba si se aceptaba que los intercambios de energía entre la radiación y la materia no se realizaban de forma continua sino en paquetes cuantizados múltiplos enteros de una constante por la frecuencia de la radiación:

$$\Delta E = h\nu.$$

La constante h se denomina constante de Planck y toma el valor $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J.s. Con esta hipótesis se explican todas las características de la curva de radiación del cuerpo negro. Ello produjo gran controversia en la comunidad científica pues, hasta entonces, parecía una verdad indiscutible que la energía era una variable continua, es decir, a un sistema se le podía dar la cantidad de energía que se quisiera sin ninguna limitación inferior. Sin embargo, la idea de Planck fue demostrando su utilidad, no sólo en la explicación de la curva de radiación del cuerpo negro, sino también en la explicación del efecto fotoeléctrico que discutimos en la lección 2, en el estudio de las capacidades caloríficas de sólidos monoatómicos, etc. De hecho, como ya comentamos en la lección 2, Einstein al estudiar el efecto fotoeléctrico generaliza la idea de Planck proponiendo que, no sólo los intercambios de energía entre radiación y materia están cuantizados, sino que la propia radiación lo está. La radiación es un conjunto de entes, fotones, que transportan una energía que es $E\gamma = h\nu$. En la interacción con la materia, la radiación puede dar o quitar una cantidad de energía que corresponda a 1, 2, 3, ... cuantos (fotones). Esto supuso una auténtica revolución en la Física y dio lugar al nacimiento de lo que hoy conocemos como Mecánica Cuántica.

Una cosa que se debe hacer notar es que la Mecánica Cuántica no anula la validez de la Mecánica Clásica sino que limita su rango de validez a sistemas para los cuales una magnitud física denominada acción sea mucho mayor que la constante de Planck. La constante h tiene dimensiones ML^2T^{-1} , a la magnitud que tiene estas dimensiones se le denomina acción y puede ser *energía \times tiempo* o *distancia \times momento lineal* o *momento angular*, etc. Pues bien, siempre que la acción característica del sistema que estemos estudiando sea mucho mayor que h podemos usar la Mecánica Clásica, en caso contrario hay que hacer un tratamiento cuántico. Veamos un par de ejemplos:

Ejemplo 1: consideremos un sistema macroscópico pequeño como un péndulo diminuto de longitud 1 cm y masa 1 g que realiza oscilaciones de amplitud 0,01 cm, ¿qué acción característica tiene este sistema? Con las magnitudes que tenemos podemos formar una acción si calculamos la energía típica

de este péndulo y su periodo. La energía de un oscilador armónico es

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2,$$

donde ω es la frecuencia angular de un péndulo $\omega = \sqrt{g/\ell}$ y A es la amplitud del movimiento. Sustituyendo m , ℓ y A (g es la aceleración de la gravedad) se obtiene $E \approx 10^{-8} J$. Por otra parte, el periodo del péndulo es bien conocido

$$T = 2\pi\sqrt{\ell/g}.$$

Con los datos que nos dan $T \approx 0,2 s$. El producto de $E \times T$ tiene dimensiones de acción: $A = E \times T \approx 10^{-9} J.s$ que es mucho mayor que h , por lo que este sistema lo podemos tratar con la mecánica clásica y olvidarnos de la cuántica.

Ejemplo 2: consideremos el efecto fotoeléctrico en el que radiación típicamente ultravioleta $\nu \approx 10^{16} Hz$ incide con velocidad c sobre un material y arranca electrones con energía cinética del orden de unos pocos eV. En este caso, podemos formar una acción multiplicando la energía de los electrones por el periodo de la radiación $T \approx 2\pi 10^{-16} \approx 10^{-15} s$

$$A = E_c(e) \times T \approx 1 \times 1,610^{-19} \times 10^{-15} \approx 10^{-34} J.s$$

Esta acción es comparable a la constante de Planck y, por tanto, éste es un fenómeno típicamente cuántico, no podemos explicarlo con razonamientos clásicos.

Hay que darse cuenta que en la lección 3 y en ésta discutimos los dos desarrollos fundamentales de la Física del siglo XX: relatividad y cuántica. En ambos casos se ponen límites a la aplicación de la Mecánica Clásica. Ésta se podrá usar cuando las velocidades implicadas sean mucho menores que la de la luz en el vacío ($v \ll c$) y cuando las acciones típicas del sistema en estudio sean mucho mayores que la constante de Planck ($A \gg h$).

2. Propiedades ondulatorias de la materia

Los trabajos de Planck y Einstein indicaban un carácter dual de la radiación, en tanto que la materia no parecía presentar esta dualidad. Este hecho no satisfacía a Louis de Broglie (1892-1983) que consideraba que la naturaleza debía presentar simetría en cuanto a la dualidad onda-corpúsculo. Así, propuso en 1923 que las partículas debían exhibir carácter ondulatorio. Einstein apoyó las ideas de Louis de Broglie. Sólo un par de años después éstas fueron confirmadas experimentalmente por Davisson (1881-1958) y Germer

(1896-1971) que observaron la difracción de electrones sobre un material cristalino y obtuvieron imágenes de interferencia características de ondas. Los experimentos de G.P. Thomson (1892-1975) de difracción de electrones sobre sustancias policristalinas confirmaron la hipótesis propuesta por de Broglie. Curiosamente, J.J. Thomson estableció el carácter corpuscular de los electrones al medir su relación carga-masa y su hijo G.P. Thomson 30 años después establecía su carácter ondulatorio con estos experimentos de difracción.

2.1. La hipótesis de de Broglie

Como hemos mencionado L. de Broglie propuso que se podían asignar magnitudes características de las ondas (campos) a las partículas. Su relación para la onda asociada a una partícula libre que se mueve con cantidad de movimiento p es

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

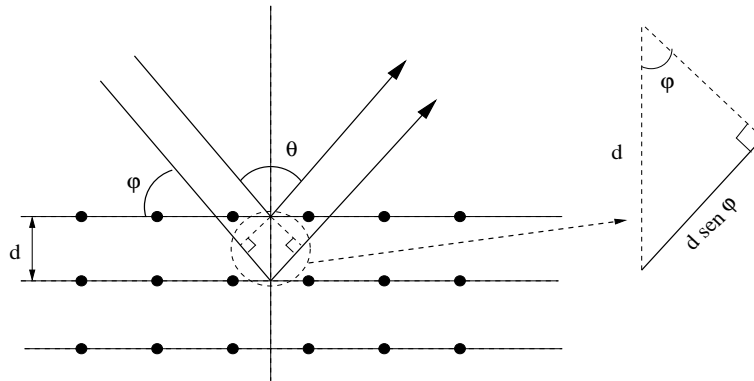
Esta relación representó un importante avance en el desarrollo de la Mecánica Cuántica aunque no está claro qué es lo que oscila. Veamos un ejemplo simple para ver de qué longitudes de onda estamos hablando. Consideremos una bala de $m = 10 \text{ g}$ que se mueve con velocidad $v = 100 \text{ km/h} \approx 30 \text{ m/s}$. La longitud de onda que le asigna de Broglie será

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,6 \times 10^{-34}}{0,01 \times 30} \approx 2,2 \times 10^{-33} \text{ m}.$$

Esta longitud es extremadamente pequeña y, desde luego, no hay forma de observarla. Sin embargo, la idea de asignar una onda a la materia encontró rápidamente el apoyo experimental al observarse la interferencia de chorros de electrones al ser dispersados por un cristal.

2.2. El experimento de Davisson y Germer

Davisson y Germer hicieron un experimento de dispersión de electrones por un monocristal y observaron patrones de interferencia análogos a los que se obtenían con radiación. Los experimentos de dispersión de radiación por un cristal habían sido estudiados por Bragg que había obtenido una fórmula que explicaba lo observado como consecuencia de la interferencia. En la figura se muestra el experimento de Bragg (o el de Davisson y Germer cuando el haz incidente es de electrones)



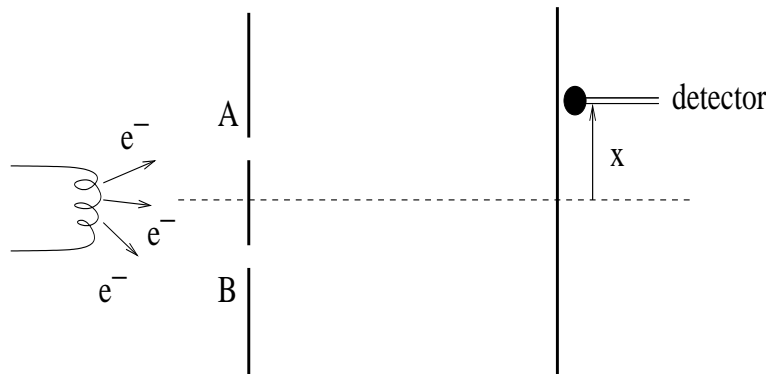
La ley de Bragg establece que habrá interferencia constructiva entre los rayos que salen hacia la derecha cuando el exceso de camino recorrido por el rayo de abajo con respecto al de arriba sea un múltiplo entero de la longitud de onda de la radiación incidente

$$\Delta L = 2d \sin \varphi = n\lambda \quad \text{con} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Al hacer el experimento con electrones en vez de radiación se observan máximos en el número de electrones recibidos por unidad de tiempo a ángulos que coinciden exactamente con lo predicho por la fórmula de Bragg, que es una fórmula basada en el principio de interferencia.

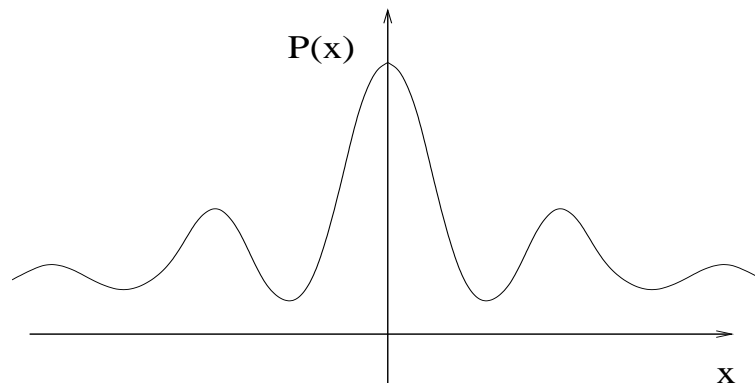
2.3. Un experimento conceptual: Feynman

Parece que efectivamente se puede asignar propiedades ondulatorias a los electrones (y demás partículas), pero entonces ¿qué es lo que oscila e interfiere? Para intentar entender esto Feynman propuso el siguiente experimento conceptual: se lanzan electrones en direcciones aleatorias sobre una pantalla opaca en la que se han hecho dos orificios A y B, de forma que los electrones que atravesasen los orificios se recogen sobre una pantalla. Es un experimento como el de doble rendija de Young, que ya vimos, pero con electrones en lugar de radiación. En la figura se muestra el montaje.



Ponemos el detector de electrones en distintos puntos de la pantalla y obtenemos como resultado el número de electrones recogidos en función de la posición. Las características de esa curva son:

- Fijada la posición x sobre la pantalla: los electrones llegan en forma discontinua. Es decir, si la intensidad de electrones enviados sobre la pantalla es suficientemente baja el detector contará en algún instante 1 electrón, durante un cierto intervalo no contará nada, después contará otro electrón, etc. Los electrones son detectados como partículas, siempre que se detecta algo es un electrón, no hay fracciones.
- Si variamos la posición x del detector sobre la pantalla: vemos que hay posiciones en las que se detectan muchos electrones y otras próximas en las que se detectan muy pocos. Si representamos el número de electrones detectados $P(x)$ en función de la posición x en la que pongamos el detector sobre la pantalla obtenemos una curva como la de la figura, que tiene varios máximos y mínimos que recuerda la curva de interferencia de la radiación.



Parece que los electrones cuando interaccionan con la materia (pantalla) se comportan como partículas pero cuando se propagan (entre los orificios y la

pantalla) se comportan como una onda (se distribuyen sobre la pantalla como una onda $P_{A+B} \neq P_A + P_B$). Recordando los conceptos que estudiamos en la lección 2 sobre las ondas podemos establecer una ley para la distribución de los electrones sobre la pantalla. En el caso de las ondas, la intensidad que se obtenía sobre la pantalla era proporcional a la amplitud de la onda al cuadrado. En el caso de los electrones para calcular la probabilidad de que un electrón llegue a un punto dado de la pantalla, podemos asignar una *amplitud de probabilidad* $\phi_A(x)$ a que llegue siguiendo el camino A y otra *amplitud de probabilidad* $\phi_B(x)$ a que llegue siguiendo el camino B. La probabilidad total será el cuadrado de la amplitud total en x : $|\phi_A(x) + \phi_B(x)|^2$.

Esta interpretación dual lleva a algunas contradicciones, por ejemplo:

- La ley de composición que acabamos de dar implica que, en general, $P_{A+B} \neq P_A + P_B$, por lo que parece que debemos concluir que cuando están abiertos los dos orificios A y B NO es cierto que el electrón pasa por uno o pasa por el otro. Si pudiéramos clasificar los electrones detectados en un punto de la pantalla en función del orificio por el que han pasado necesariamente $P_{A+B} = P_A + P_B$, en contra de lo observado.
- Podemos intentar ver por qué orificio pasa cada electrón iluminándolos. Sin embargo, si hacemos este experimento observando el camino seguido por cada electrón, lo obtenido sobre la pantalla es $P_{A+B} = P_A + P_B$. El observar a los electrones ha modificado la probabilidad de que lleguen a los distintos puntos de la pantalla. Observar significa que, al menos, un fotón colisiona con el electrón y esta colisión modifica el movimiento del electrón y, por tanto, altera su probabilidad de llegar a cada punto de la pantalla. Esto lleva a una conclusión que rompe la imagen clásica de medida: ¡la observación altera de un modo fundamental el resultado de la medida!

3. Modelos atómicos iniciales

Aunque no lo hemos mencionado anteriormente, había un tercer conjunto de observaciones experimentales cuya explicación en términos de las teorías clásicas era imposible. Desde mediados del siglo XVIII se había visto que la radiación emitida por gases calientes no era un continuo sino que aparecía un espectro de líneas brillantes, características para cada gas. Thomas Melvill (1697-1778) fue el primero que descompuso la luz con un prisma y observó el espectro de líneas brillantes de gases calientes en 1752. En 1885 Balmer (1825-1898) publicó el resultado de sus observaciones sobre las frecuencias emitidas por el hidrógeno en la región visible del espectro electromagnético. Balmer

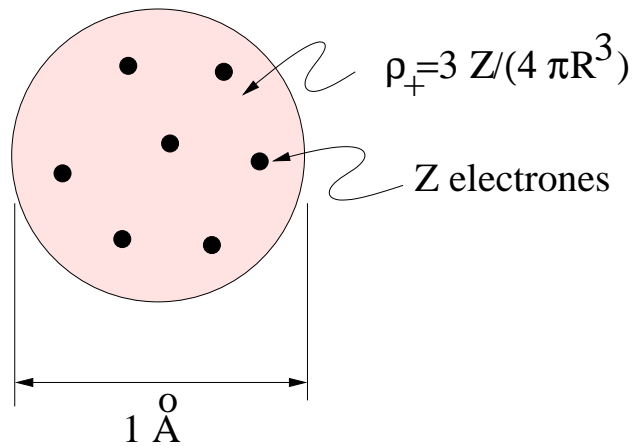
propuso una expresión matemática que daba exactamente las longitudes de onda medidas en el hidrógeno. No obstante, él mismo sólo lo consideró como un juego matemático. En ese tiempo, nadie tenía la menor idea de cómo eran los constituyentes "básicos" de la materia, los átomos. J.J. Thomson (1856-1940) descubrió en 1897 que los rayos catódicos no eran más que chorros de partículas con una determinada relación carga/masa, esas partículas recibieron el nombre de electrones. Este descubrimiento y el de la radioactividad se unieron para que Ernest Rutherford (1871-1937) en 1907 hiciera la primera propuesta de una estructura atómica en la que había una parte central muy pequeña, denominada núcleo, en la que se concentraba la carga positiva, mientras que los electrones rodeaban al núcleo a grandes distancias. De todas formas, este modelo planetario del átomo presentaba serios problemas de estabilidad desde el punto de vista clásico. No hubo avances significativos sobre la estructura atómica hasta 1912 en que Niels Bohr (1885-1962) propone su modelo para el átomo de hidrógeno. En él se mantenía la imagen planetaria del átomo pero se proponía la existencia de órbitas estacionarias en las que el electrón no radiaba energía. Las órbitas permitidas eran aquellas en las que el momento angular del electrón era un múltiplo entero de la constante de Planck dividida por 2π . Bohr retomó las ideas de cuantización de Planck y Einstein y propuso que el átomo sólo emitía o absorbía energía cuando el electrón pasaba de una órbita permitida a otra. Estas ideas consiguieron aceptación rápidamente al permitir la obtención de la fórmula de Balmer como un caso particular (aquel en que el número cuántico final era $n=2$).

A medida que se mejoraron las técnicas experimentales a lo largo del siglo XIX se puso de manifiesto que la materia estaba formada por entes pequeños (diámetros del orden de 1 Angstrom = $1\text{Å} = 10^{-10}$ m) que eran eléctricamente neutros y que, bajo ciertas condiciones, emitían electrones. Se volvía a la idea atomista de los griegos pero ahora los constituyentes básicos (átomos) tenían unas propiedades físicas medibles.

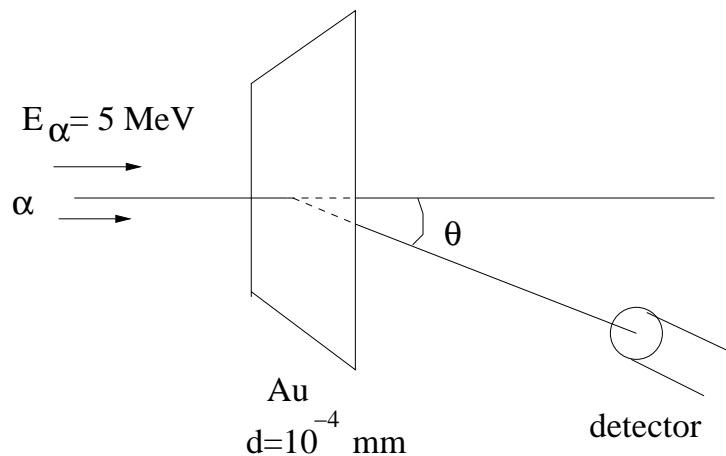
3.1. El modelo de Thomson

Con los ingredientes mencionados elaboró Thomson el primer modelo atómico que cumplía con las observaciones realizadas hasta esa fecha. El átomo de Thomson, denominado pastel de pasas, era una distribución esférica homogénea de carga positiva y con diámetro 1Å que tenía incrustados, a modo de pasas en un pastel, tantos electrones (considerados puntuales) como fueran necesarios para hacer que el sistema completo tuviera carga neutra.

Este modelo simple daba cuenta de los hechos ya mencionados conocidos hasta entonces (tamaño, carga neta y existencia de electrones). Faltaba, pues, hacer algún experimento que lo confirmara. Dicho experimento lo diseñaron



y llevaron a cabo Geiger, Marsden y Rutherford. En él se lanzaban partículas α (${}^4\text{He}^{++}$, núcleos de ${}^4\text{He}$ con 2 cargas positivas) con energías de unos 5 MeV ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$) sobre una fina lámina de Au (de espesor $d = 10^{-4} \text{ mm}$) y se observaban las α dispersadas a distintos ángulos de desviación θ . Si uno se olvida en primera aproximación de los electrones la interacción entre las α y los núcleos de Au es repulsiva y daría lugar a que las α , en función del parámetro de impacto, se desviarán de su dirección de incidencia. El esquema del experimento se muestra a continuación



Los resultados fundamentales de las observaciones fueron:

- La mayoría de las α salían hacia adelante (ángulos θ muy pequeños).
- Unas pocas α se desviaban ángulos θ grandes (incluso, algunas retrocedían, $\theta \approx 180^\circ$).

Esta segunda observación es inexplicable con el modelo de Thomson.

3.2. El modelo de Rutherford

Suponiendo que las grandes deflexiones observadas para las partículas α en el experimento anterior fueran debidas a una única colisión con un átomo de Au, la forma de conseguirlas era disminuyendo el tamaño de la distribución de carga positiva. Si tomamos $R \ll 1 \text{ \AA}$ y usamos $E_p(r > R) = \kappa z Z e^2 \frac{1}{r}$ ¿qué valor debe tomar R para que se puedan dar rebotes?

$$\kappa z Z e^2 \frac{1}{R} = 5 \text{ MeV} \Rightarrow R \approx 45 \times 10^{-5} \text{ Angstroms.}$$

Así que si variamos el modelo atómico de Thomson de forma que toda la carga positiva esté concentrada en una esfera muy pequeña (de radio unos pocos femtómetros= 10^{-5} \AA) y ponemos a los electrones lejos de esa parte central (núcleo) a distancias del orden de 1 \AA , seguimos explicando las cosas conocidas del átomo (tamaño del orden de 1 \AA dado por los electrones, carga neutra aunque ahora las cargas positivas y negativas están separadas espacialmente, las cargas positivas en el centro y las negativas a grandes distancias, y el átomo tiene electrones) y además se puede explicar la observación del experimento de Geiger-Mardsen-Rutherford. Tenemos una especie de modelo planetario con el núcleo en el centro y los electrones orbitando a grandes distancias. El modelo de Rutherford explica las dispersiones hacia atrás cualitativa y cuantitativamente. Sin embargo, el modelo presentaba problemas de estabilidad fundamentales. Si las cargas positivas y negativas están separadas espacialmente, la fuerza coulombiana debe hacer que se junten y, por tanto, destruiría el átomo. Esto puede arreglarse si se supone que los electrones no están quietos sino que están orbitando, de forma que la fuerza centrífuga compensa la atracción electrostática. Esto es parecido a lo que ocurre con los satélites orbitando alrededor de los planetas, o los planetas alrededor del sol. Sin embargo, en el caso del átomo las partículas que orbitan son partículas cargadas y se sabía por el electromagnetismo clásico de Maxwell que cualquier carga acelerada (y el electrón en una órbita cerrada tiene que tener al menos aceleración normal) radia energía de forma continua. Esto presenta dos problemas, uno de estabilidad: si el electrón radia energía, significa que pierde esa energía y, por tanto, iría disminuyendo paulatinamente el radio de su órbita hasta caer al núcleo en cuyo caso el átomo no sería estable en contra de lo observado. Otro problema, es que si el electrón radia de modo continuo se debería observar radiación con cualquier frecuencia proveniente del átomo, pero ya se había observado que los átomos cuando emitían radiación lo hacían emitiendo sólo unas pocas frecuencias, características de cada

átomo. Dicho, de otro modo, el espectro de emisión de los átomos es discreto. Por tanto, el modelo de Rutherford, aún representando un paso importante en el entendimiento del átomo, no es el modelo definitivo.

3.3. El modelo de Bohr

Niels Bohr alrededor de 1910 era consciente de que el modelo de Rutherford fallaba y conocía los trabajos de Planck y Einstein sobre la cuantización de la acción. Bohr se propuso introducir de idea de cuantización en los modelos atómicos, aunque conservó los conceptos clásicos de órbita bien definida y trayectoria. En 1913 Bohr propone su modelo basándose en tres postulados cuya bondad o no la determinará el acuerdo con la observación de los resultados deducidos a partir de ellos.

El primer postulado elimina el problema de la emisión de radiación del electrón en una órbita cerrada. El segundo introduce la cuantización y el tercero pretende justificar la observación de espectros de emisión discretos.

1. *El electrón en el átomo realiza órbitas circulares SIN radiar energía.*

El electrón en su órbita siente dos fuerzas: la coulombiana del núcleo, atractiva, y la fuerza centrífuga, repulsiva, por estar en un sistema no inercial. El equilibrio mecánico de la órbita exige que ambas fuerzas sean iguales en módulo

$$F_{Coul} = \kappa \frac{Ze^2}{r^2} (\text{hacia el núcleo}), \quad (1)$$

$$F_{cent} = \frac{mv^2}{r} (\text{hacia fuera del núcleo}). \quad (2)$$

Por tanto, igualándolas se obtiene

$$\kappa \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \kappa \frac{Ze^2}{mv^2}. \quad (3)$$

La energía que tiene el electrón en su órbita circular será la suma de la energía cinética, $mv^2/2$, y la energía potencial coulombiana, $-\kappa Ze^2/r$. Por tanto, la energía total es

$$E^T = \frac{mv^2}{2} - \kappa \frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{2} \kappa \frac{Ze^2}{r}, \quad (4)$$

donde, en el último paso, hemos usado la ecuación (3).

2. *No todas las órbitas están permitidas al electrón, sólo puede estar en aquéllas en las que el momento angular del electrón sea un múltiplo entero de $\hbar = h/(2\pi)$ (h es la constante de Planck).*

El momento angular en una órbita circular es $L = r m v$, por tanto, este postulado implica que sólo valdrán las órbitas que cumplan

$$L = m v r = n \hbar \quad \text{con} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

con esta ecuación y la (3) se puede eliminar v y obtener para los radios de las órbitas permitidas

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{\kappa m Z e^2} \quad \text{con} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Al radio de la primera órbita de Bohr para el átomo de hidrógeno ($Z=1$) se le denomina radio de Bohr y algunos lo toman como unidad para medir las longitudes a escala atómica:

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{\kappa m e^2} = 0,52 \text{ Angstroms.} \quad (7)$$

De igual forma, podemos sustituir estos radios en la expresión de la energía total de electrón en la órbita y obtener

$$E_n^T = -\frac{1}{2} \kappa^2 \frac{m Z^2 e^4}{n^2 \hbar^2} \quad \text{con} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

Si exceptuamos Z , que identifica el átomo, y n , que identifica el nivel, todas las demás magnitudes que aparecen en la fórmula anterior son constantes fundamentales. Podemos escribir

$$E_n^T = -\frac{1}{2} \kappa^2 \frac{m e^4}{\hbar^2} \frac{Z^2}{n^2} = -13,6 \frac{Z^2}{n^2} (\text{eV}) \quad \text{con} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

La cantidad $-13,6 \text{ eV}$ es la energía del átomo de hidrógeno ($Z = 1$) en su estado fundamental ($n = 1$).

3. *El electrón sólo emite energía cuando cambia de una órbita permitida a otra. En ese cambio emite un fotón (radiación) cuya energía es la diferencia en energía entre las energías de las dos órbitas implicadas.*

Así, la energía que se lleva el fotón es

$$E_\gamma = h\nu = E_{n_i} - E_{n_f} \quad (10)$$

donde n_i identifica a la órbita inicial y n_f a la órbita final, las E que aparecen son las energías de Bohr dadas en la ecuación (8). La frecuencia del fotón emitido en una transición será

$$\nu = \kappa^2 \frac{mZ^2 e^4}{2h\hbar^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right). \quad (11)$$

A veces, en vez de la frecuencia, se suele dar la inversa de la longitud de onda

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \kappa^2 \frac{mZ^2 e^4}{2hc\hbar^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right). \quad (12)$$

Esta última expresión fue muy celebrada pues explicaba teóricamente la fórmula fenomenológica propuesta por Balmer para describir las líneas observadas en la desexcitación del hidrógeno. Estas líneas se habían observado desde finales del siglo XIX y seguían la secuencia

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (13)$$

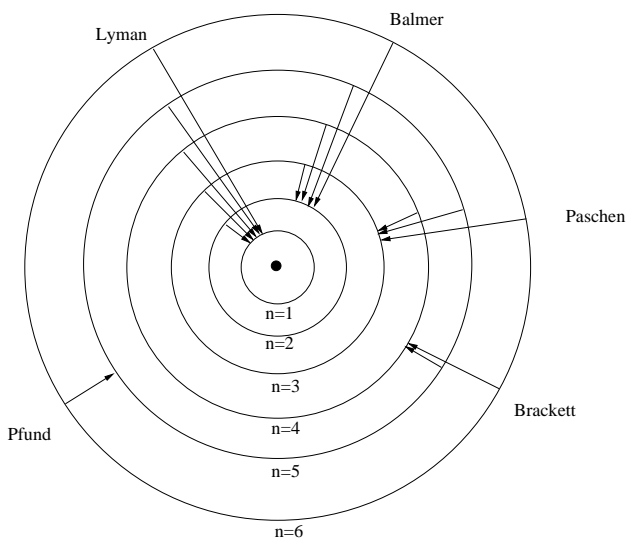
con $n = 3, 4, 5, \dots$. R_H es la constante de Rydberg que se había medido experimentalmente y que valía $1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$. La ecuación (12) tiene como caso particular la expresión de Balmer si $n_f = 2$ y da la expresión teórica de la constante de Rydberg, cuando se calcula ésta coincide con el valor obtenido experimentalmente.

Al conjunto de transiciones que desde estados superiores van a un estado final dado se le denomina serie. Las líneas observadas por Balmer en el H corresponden a $n_f = 2$ y son la serie de Balmer. Posteriormente se han observado otras series para el H.

4. Relaciones de indeterminación de Heisenberg

En Mecánica Clásica, el movimiento de una partícula de masa m se puede describir dando su posición y su velocidad precisas en un momento dado. Las ecuaciones de movimiento clásicas nos permiten obtener la trayectoria posterior seguida por la partícula, es decir sus posiciones sucesivas. Esta imagen no da lugar a interferencias como las que hemos visto en el experimento de Feynman, que son características de la Mecánica Cuántica. El principio de indeterminación de Heisenberg establece que, a nivel cuántico, el concepto de trayectoria no tiene sentido. Dicho de otro modo, es imposible conocer exactamente en un instante dado la posición y la cantidad de movimiento de

1. Serie de Lyman: $n_f = 1$
2. Serie de Balmer: $n_f = 2$
3. Serie de Paschen: $n_f = 3$
4. Serie de Brackett: $n_f = 4$
5. Serie de Pfund: $n_f = 5$
6. Serie de Hamphreys:
 $n_f = 6$



una partícula. Si a la indeterminación con la que conocemos la posición de una partícula la llamamos Δx y a la indeterminación con la que podemos conocer su cantidad de movimiento la llamamos Δp_x , Heisenberg establece que

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Esto quiere decir que si conocemos con exactitud la posición de la partícula, $\Delta x = 0$, entonces necesariamente no podemos decir nada sobre su cantidad de movimiento. Al contrario, si sabemos en un instante la cantidad de movimiento con exactitud, $\Delta p = 0$, entonces necesariamente no podemos decir nada sobre su posición. Esto nos parece raro aplicado a partículas pero es algo bien conocido para las ondas. Si tenemos una onda con longitud de onda λ bien definida, ello significa que la onda es igual en todo el espacio, es decir no me localiza ningún punto especial. Si, por el contrario, queremos tener una onda localizada en un punto concreto debemos componer linealmente infinitas ondas de todas las λ posibles. Una λ fija implica que no hay información espacial. Una posición fija implica que tenemos todas las λ posibles (indeterminación infinita en λ).

5. La Mecánica Cuántica

Así las cosas, entre 1925 y 1926 se produce el nacimiento de la teoría cuántica tal como la conocemos y usamos hoy día. En realidad no hubo una única formulación sino tres formulaciones distintas aunque posteriormente se

demostró su equivalencia. Esas formulaciones fueron debidas a Heisenberg (1901-1976), Schroedinger (1887-1961) y Dirac (1902-1984). Heisenberg analizando los datos espectroscópicos del átomo de hidrógeno enseguida renunció a la idea clásica de órbita. ¿Qué sentido tenía hablar de un concepto que no se podía observar? Por tanto, se olvida del modelo planetario del átomo e intenta correlacionar los números cuánticos y las energías con las frecuencias e intensidades que se observaban en el espectro. En esta imagen, el átomo era como un conjunto de osciladores para los que en cada instante se podían definir sus momentos lineales (p) y sus desviaciones con respecto a la posición de equilibrio (x). Heisenberg observa que agrupados estos valores en filas y columnas no se cumplía que xp fuera igual a px en contra de la bien conocida propiedad conmutativa de la multiplicación. Heisenberg comunicó sus resultados a Born (1882-1970) quien, en colaboración con su discípulo Jordan (1902-1980), se dio cuenta de que las agrupaciones de números que había ideado Heisenberg no eran otra cosa que matrices. Había nacido la mecánica matricial que demostró su utilidad deduciendo el espectro del hidrógeno en todos sus detalles. Sin embargo, la teoría de Heisenberg nacía sin ninguna imagen mecánica, ya no había órbitas ni trayectorias ni se entraba en si el electrón era onda o partícula. Además, la no conmutatividad entre posición y momento parecía indicar que el orden en que se realizaran las medidas era importante.

Sobre las mismas fechas Erwin Schroedinger propuso una formulación alternativa de la mecánica cuántica basada en la idea de de Broglie de las ondas de materia. La ecuación de Schroedinger es una ecuación de ondas cuya solución es una onda que representa al sistema en estudio. Schroedinger reducía el problema de obtener los estados energéticos del sistema al problema de obtener los sobretonos en un problema de análisis de Fourier. Aunque el formalismo mostró su utilidad para estudiar el átomo de hidrógeno, la interpretación del significado de la función de onda no era claro. Max Born introdujo enseguida la interpretación probabilística de la función de onda, según la cual el cuadrado de la función de onda proporciona la densidad de probabilidad de encontrar al sistema en un entorno dado. Born notó que la probabilidad que proporcionaba la función de onda no era una probabilidad debida a ignorancia sino que era todo lo que la Naturaleza nos permitía conocer sobre el sistema. Al propio Schroedinger, que inicialmente veía su teoría como una prolongación de las ideas clásicas, le parecía absurda la idea de probabilidad asociada a una superposición de estados cuánticos que tras la propuesta de Born ganó adeptos rápidamente. Schroedinger propuso su famosa paradoja del gato para mostrar que la idea de probabilidad junto con una función de onda que fuera superposición de estados llevaba a resultados inaceptables. Aún hoy día existe controversia sobre la interpretación de la

mecánica cuántica (colapso de la función de onda, interpretación de la medición, muchos mundos, consciencia y subconsciente, etc) pero las preguntas relacionadas son más materia filosófica que física ya que desde un punto de vista descriptivo, operacional y predictivo la mecánica cuántica ha mostrado su validez en los más variados escenarios. El mismo Schroedinger mostró la equivalencia entre su formulación y la de Heisenberg. La formulación de Schroedinger es la que hoy se enseña en la mayor parte de las universidades del mundo.

Dirac conoció la formulación de Heisenberg de la mecánica cuántica directamente de él en una conferencia pronunciada en Cambridge donde Dirac era estudiante. Inmediatamente se dio cuenta de la importancia de la no conmutatividad y se basó en esta propiedad para hacer su propia formulación de la mecánica cuántica a la que se conoce con el nombre de formulación algebraica. El mismo Dirac mostró que tanto la mecánica matricial de Heisenberg como la ondulatoria de Schroedinger eran casos especiales de su propia formulación. También fue Dirac quien primero aplicó las ideas de la mecánica cuántica a la teoría del electromagnetismo de Maxwell, dando la primera formulación incipiente de la teoría cuántica de campos. Las ideas de Dirac fueron desarrolladas años más tarde por Feynman (1918-1988), Dyson (1923-), Schwinger (1918-1994) y Tomonaga (1913-1979) dando forma a la teoría de la electrodinámica cuántica.

5.1. La ecuación de Schrödinger

La descripción de de Broglie sólo vale para partículas con cantidad de movimiento bien definida ¿qué ocurre en otro caso? Hay que buscar una formulación más general que permita asociar una función de onda a una partícula bajo cualesquiera condiciones. Eso es lo que hace la ecuación de Schrödinger. Dicha ecuación debe ser consistente con algunas cosas que sabemos:

- Debe ser congruente con las relaciones de Planck-Einstein y de Broglie

$$E_\gamma = h\nu$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

- Debe ser un reflejo de la expresión de la energía total de la partícula no relativista

$$E = \frac{p^2}{2m} + V$$

donde V es la energía potencial.

- Debe ser una ecuación diferencial lineal para que contemple el principio de superposición lineal que sabemos se cumple para las ondas.

Con estas premisas Schrödinger postula su famosa ecuación:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x, t) \right] \Psi(x, t). \quad (14)$$

Ésta es una ecuación no relativista porque se obtiene de $E = \frac{p^2}{2m} + V$ sustituyendo

$$p \Rightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial x},$$

y es una ecuación diferencial cuya solución nos proporciona la función de onda $\Psi(x, t)$ que representa al sistema físico en estudio. En la función de onda $\Psi(x, t)$ va toda la información física relevante. Obviamente, la solución depende del potencial $V(x, t)$ que defina al sistema en estudio.

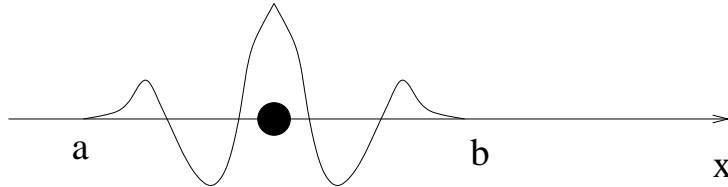
5.2. Interpretación probabilística de la función de onda

La función de onda que proporciona la solución de la ecuación de Schrödinger es un concepto nuevo de importancia fundamental en la mecánica cuántica. La primera cosa que debemos notar es que la función de onda es compleja en general. Ello significa que no es directamente nada que podamos medir. Las magnitudes que se pueden medir en la naturaleza, se denominan genéricamente observables, son reales. Por ello, debemos construir una magnitud real a partir de la función de onda. En 1926 Born estudió ese problema y concluyó que la magnitud adecuada es el cuadrado de la función de onda:

$$|\Psi(x, t)|^2 = \Psi^*(x, t)\Psi(x, t).$$

A esta magnitud se le denomina densidad de probabilidad de presencia y es tal que su integral entre dos posiciones a y b nos da la probabilidad de que la partícula esté en una posición entre a y b en el instante t . Hay que entender la función de onda como una función matemática que nos da la amplitud de probabilidad de presencia de la partícula en el entorno de un punto dado y en un instante dado. En el entorno de aquéllos puntos en los que la función de onda tenga mayor amplitud, la partícula tendrá mayor probabilidad de presencia. En las zonas en las que la función de onda se anule, serán zonas en las que la partícula no estará nunca. Por ejemplo, una partícula descrita por una función de onda como la de la figura estará localizada entre a y b y tendrá mayor probabilidad de estar en la zona media de ese intervalo que de estar en los extremos. Sin embargo, no sabemos en qué punto concreto se encuentra la

partícula en ese instante, sólo tenemos información probabilística. Podemos decir que la indeterminación en la posición de la partícula Δx es del orden de $b - a$.



5.3. Probabilidades y amplitudes cuánticas

A la vista de lo anterior, la descripción de sistemas cuánticamente necesita de un formalismo que contenga conceptos matemáticos radicalmente diferentes de los usados en Mecánica Clásica para incluir la dualidad onda-corpúsculo. En esta subsección vamos a centrarnos en los fenómenos luminosos para los que tenemos una descripción clásica (Maxwell, onda electromagnética) y un esbozo de descripción cuántica (fotones).

Vamos a considerar la polarización de la luz desde el punto de vista de una onda electromagnética. Un haz de luz se describe clásicamente como una onda electromagnética, que vamos a suponer por simplicidad es monocromática (una λ única o, equivalentemente, una única ν frecuencia). Dicha onda está definida por campos eléctrico ($\vec{E}(\vec{r}, t)$) y magnético ($\vec{B}(\vec{r}, t)$) que son perpendiculares entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. La intensidad de la onda es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico. Para que la descripción sea completa hay que dar la dirección y evolución de \vec{E} , eso es lo que se denomina polarización de la onda. Dependiendo de cómo varíe \vec{E} con el tiempo en un punto dado se habla de polarización lineal, circular o elíptica. En general, la luz de un haz luminoso no está polarizada, o lo que es igual, presenta todas las polarizaciones posibles. Sin embargo, se puede polarizar usando un filtro polarizador (polaroid). El polarizador deja pasar la fracción del haz incidente que tiene la polarización deseada. Así, por ejemplo, si el campo eléctrico está polarizado linealmente en la dirección Z y ponemos un polarizador lineal formando un ángulo ϕ con el eje Z , la amplitud del campo eléctrico de la radiación que atraviesa el polarizador será $E_0^f = E_0^i \cos \phi$ (la proyección de la amplitud incidente sobre el eje del polarizador). En ese caso, parte de la amplitud original se pierde en el polarizador. Podemos entender esto de otra forma, supongamos que el campo eléctrico incidente está polarizado en dirección Z y la onda se transmite en

la dirección Y , podemos poner dos polarizadores lineales perpendiculares en el plano de polarización (perpendicular a la dirección de transmisión de la onda) XZ tal que la amplitud incidente se reparte entre los dos polarizadores:

$$E\vec{k} = E \cos \phi \vec{a} + E \sin \phi \vec{b}$$

donde \vec{a} es un vector unitario en el plano XZ en una dirección que forma un ángulo ϕ con el eje Z y \vec{b} es un vector unitario en el plano XZ perpendicular a \vec{a} . Según esto, al dividir con dos polarizadores el haz incidente, la intensidad inicial, proporcional a $|E_0^i|^2$, se divide en dos haces de intensidades proporcionales a $|E_0^i|^2 \cos^2 \phi$ y $|E_0^i|^2 \sin^2 \phi$, respectivamente. La suma de estas dos intensidades da la intensidad inicial.

Veamos el mismo problema pero desde el punto de vista corpuscular de la radiación. En este contexto, el haz de radiación es un haz de fotones de frecuencia $h\nu$ y su intensidad proporcional al número de fotones: $I_i = N_0 h\nu$. Si hacemos el mismo experimento de antes, haciendo incidir el haz de luz sobre dos polarizadores perpendiculares sobre el plano XZ , parte del haz incidente se irá por la dirección de polarización dada por \vec{a} y otra parte por la que da \vec{b} . Vamos a llamar N_a al número de fotones que se van por \vec{a} y N_b al número de fotones que se van por \vec{b} , de forma que las intensidades de luz I_a que se va por el canal \vec{a} y I_b que se va por el canal \vec{b} son: $I_a = N_a h\nu$ y $I_b = N_b h\nu$. Obviamente $N_0 = N_a + N_b$ ya que no se crean ni destruyen fotones en el polarizador. Si comparamos estas expresiones con las equivalentes obtenidas de la imagen ondulatoria podemos escribir:

$$N_a = N_0 \cos^2 \phi \quad \text{y} \quad N_b = N_0 \sin^2 \phi.$$

Es difícil entender qué criterio determina que un fotón vaya por \vec{a} o por \vec{b} , se suele hablar de probabilidad de que el fotón vaya por un camino u otro: P_a y P_b

$$P_a = \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{N_a}{N_0} = \cos^2 \phi$$

$$P_b = \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{N_b}{N_0} = \sin^2 \phi.$$

Parece que en la interacción de los fotones con el aparato de medida, éste proyecta a cada fotón sobre la dirección \vec{a} o la \vec{b} con probabilidades P_a y P_b , respectivamente.

En resumen, un fotón de un haz de luz con polarización inicial \vec{k} que pase a través de dos polarizadores que separan el haz en dos, cada uno de ellos caracterizado por la dirección de polarización \vec{a} y \vec{b} , pasa por uno u otro canal. El doble polarizador es un aparato de medida que para un fotón

dato puede dar dos resultados posibles: el fotón sale por el canal \vec{a} o por el \vec{b} con probabilidades respectivas P_a y P_b . Cuando enviamos un fotón sobre el doble polarizador no tenemos certeza sobre por qué canal va a salir. Sólo en el caso de que la polarización incidente fuera \vec{a} ó \vec{b} sabríamos que el fotón de salida iría con certeza por el canal \vec{a} ó el \vec{b} . Se dice que esos son los estados propios del doble polarizador. Cualquier otra polarización inicial conduce a resultados inciertos para cada fotón individual. Hay que hacer notar que no se puede hablar de polarización lineal sin indicar qué base (\vec{a}, \vec{b}) vamos a usar. Distintas bases dan lugar a distintas polarizaciones y un estado propio de una base no lo será de otra diferente.

5.4. Los postulados de la Mecánica Cuántica

Los resultados de las subsecciones anteriores se suelen resumir en forma de seis postulados, a partir de los cuales se construye todo el formalismo cuántico. Dichos postulados son:

1. La función de onda del sistema contiene toda la información física relevante del problema. A cada observable A se le asigna un operador lineal hermítico \hat{O}_A que actúa sobre la función de onda del sistema:

$$\hat{O}_A(\alpha\varphi_1 + \beta\varphi_2) = \alpha\hat{O}_A\varphi_1 + \beta\hat{O}_A\varphi_2.$$

2. Cada operador \hat{O}_A asociado a un observable A tiene su ecuación de autovalores

$$\hat{O}_A\varphi_n^A = a_n\varphi_n^A$$

donde φ_n^A son las autofunciones de \hat{O}_A y a_n sus autovalores asociados.

3. Dado un observable A , el conjunto de autofunciones φ_n^A forman una base en la cual se puede desarrollar cualquier función de onda del espacio en que estemos trabajando

$$\Psi = \sum_i c_i\varphi_i^A.$$

4. Al medir un observable A , sólo se puede obtener como resultado de la medida alguno de los autovalores del operador asociado \hat{O}_A : $\{a_n\}$.
5. Dado un sistema físico descrito por una función de onda arbitraria $\Psi = \sum_i c_i\varphi_i^A$, la probabilidad de que al medir sobre él el observable A se obtenga como resultado el autovalor a_k es $|c_k|^2$.
6. El estado del sistema inmediatamente después de la medida de A que dio como resultado a_k es el correspondiente a la autofunción φ_k^A asociada al autovalor medido.

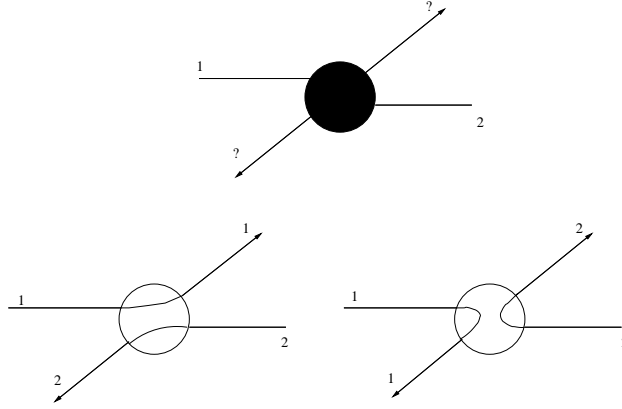
5.5. El espín y el experimento de Stern-Gerlach

Además del momento angular orbital que conocemos de la Mecánica Clásica, las partículas tienen un momento angular intrínseco denominado espín. Se puede pensar en una imagen mecánica (que puede ser ilustrativa pero es falsa) que el espín es una especie de rotación de la partícula sobre sí misma. De forma que sería algo así como que el momento angular orbital de la Tierra alrededor del sol estaría relacionado con su órbita (1 año) y el momento de espín de la Tierra estaría relacionado con su giro alrededor de un eje (1 día). Esta idea de momento angular intrínseco de las partículas la formularon Pauli, Uhlenbeck y Goudsmit en 1930 y se mostró muy fructífera casi inmediatamente explicando resultados experimentales no entendidos hasta entonces. Por ejemplo, es famoso el experimento de Stern y Gerlach en el que se hacen incidir átomos neutros con momento angular orbital nulo sobre un imán en el que hay un campo magnético no homogéneo. Lo que se espera clásicamente es que el haz no se desvíe ya que es neutro y aparezca una mancha en la pantalla que recoge los átomos a la salida del imán. Sin embargo, lo que observaron es que el haz incidente al atravesar el imán se dividía en dos. Ello se podía entender con la idea de espín ya que si el momento angular intrínseco de los átomos es distinto de cero interactuará con el campo del imán dando lugar a desviaciones. La desviación dependerá del sentido del “giro” asociado al espín. Medidas precisas confirmaron la existencia de momento de espín. Hoy en día se conoce el espín de todas las partículas elementales, por ejemplo, para el electrón, el protón y el neutrón el espín es $s = \hbar/2$, para el fotón el espín es $s = \hbar$, para el mesón π^0 el espín es $s = 0$, etc.

6. Indistinguibilidad cuántica: principio de exclusión de Pauli

Consideremos un sistema de dos partículas idénticas de masa m descrito por una función de onda $\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, donde nos hemos olvidado de los espines por simplicidad y sólo hemos considerado la parte espacial de la función de onda, que es función de 6 variables (3 para cada partícula). Las marcas 1 y 2 asignadas a cada partícula son arbitrarias y, por tanto, nada debe variar si las intercambiamos entre sí ya que los dos electrones son absolutamente idénticos. Para trabajar con partículas idénticas introducimos el operador $P_{1,2}$ que intercambia las coordenadas espaciales de las dos partículas:

$$\Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = P_{1,2}\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2).$$



Como la ecuación de Schrödinger es idéntica si intercambiamos las marcas 1 y 2 de las partículas, $\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ y $\Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$ son soluciones de esa ecuación asociadas al mismo autovalor. Si éste es no degenerado, debemos concluir que $\Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$ sólo puede diferir de $\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ en una constante multiplicativa:

$$\Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = \lambda\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2).$$

Para determinar λ podemos usar la definición de $P_{1,2}$

$$\begin{aligned} P_{1,2}\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= \lambda\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ P_{1,2}P_{1,2}\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= \lambda P_{1,2}\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \lambda\Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = \lambda^2\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2), \end{aligned} \quad (15)$$

con lo que vemos que $P_{1,2}^2 = \lambda^2$. Por otra parte, es obvio que $P_{1,2}^2 = 1$, de forma que $\lambda = \pm 1$ y

$$\Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = \pm\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2).$$

A las funciones tales que $\Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = +\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ se les denomina espacialmente simétricas (permanecen invariantes al intercambiar las coordenadas espaciales de las dos partículas idénticas). A los estados descritos por funciones simétricas espacialmente se les llama estados “para”.

Por el contrario, a las funciones tales que $\Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = -\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ se les denomina espacialmente antisimétricas (cambian de signo al intercambiar las coordenadas espaciales de las dos partículas idénticas). A los estados descritos por funciones antisimétricas espacialmente se les llama estados “orto”.

Aunque hemos considerado que el autovalor al que están asociadas $\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ y $\Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$ es degenerado, los resultados mencionados son generales para un sistema de dos partículas idénticas. Incluso en el caso degenerado, siempre se puede conseguir una combinación “para” y una “orto” de las autofunciones degeneradas.

Hasta ahora no hemos considerado el espín, vamos a incluirlo. La función de ondas de dos partículas con espín, que podemos considerar separable, será:

$$\Psi(\vec{r}_1, s_1; \vec{r}_2, s_2) = \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\chi(s_1, s_2).$$

La parte de espín incluye todas las posibles orientaciones de espín de las dos partículas. Vamos a considerar por simplicidad dos partículas de espín $\hbar/2$:

1. partícula 1 con espín $\hbar/2$ (\uparrow_1) y partícula 2 con espín $\hbar/2$ (\uparrow_2),
2. partícula 1 con espín $\hbar/2$ (\uparrow_1) y partícula 2 con espín $-\hbar/2$ (\downarrow_2),
3. partícula 1 con espín $-\hbar/2$ (\downarrow_1) y partícula 2 con espín $\hbar/2$ (\uparrow_2) y, finalmente,
4. partícula 1 con espín $-\hbar/2$ (\downarrow_1) y partícula 2 con espín $-\hbar/2$ (\downarrow_2).

Gráficamente se suelen representar esas posibilidades como: (\uparrow_1, \uparrow_2), (\uparrow_1, \downarrow_2), (\downarrow_1, \uparrow_2) y ($\downarrow_1, \downarrow_2$). Al igual que la parte espacial de la función de onda la hemos clasificado en dos tipos: simétrica y antisimétrica, también conviene escribir la parte de espín de forma simétrica o antisimétrica bajo el intercambio de las marcas 1 y 2 de los electrones. El resultado es:

$$\begin{aligned}\chi_{1,1} &= (\uparrow_1, \uparrow_2), \\ \chi_{1,-1} &= (\downarrow_1, \downarrow_2), \\ \chi_{1,0} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [(\uparrow_1, \downarrow_2) + (\downarrow_1, \uparrow_2)], \\ \chi_{0,0} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [(\uparrow_1, \downarrow_2) - (\downarrow_1, \uparrow_2)].\end{aligned}\tag{16}$$

Las etiquetas que aparecen como subíndices de χ son el espín total S y su proyección M_S . Así, hay tres estados con espín $S = 1$ y uno con espín $S = 0$. Es fácil comprobar por inspección de las funciones anteriores que las funciones con $S = 1$ son simétricas bajo el intercambio de los índices 1 y 2 mientras que la de $S = 0$ es antisimétrica bajo dicho intercambio. A las funciones simétricas en el espín, que tienen $S = 1$, por ser tres se les denomina a veces funciones triplete. A la función antisimétrica en el espín, que tiene $S = 0$, se le denomina singlete.

El principio básico para tratar sistemas de partículas idénticas es el *principio de exclusión de Pauli* que establece que la función de onda de un sistema de partículas idénticas de espín semientero (fermiones) debe ser antisimétrica

bajo el intercambio de todas las coordenadas (espaciales y de espín) de dos cualesquiera de ellas.*

A la luz de este principio, para un sistema de dos electrones (fermiones de espín 1/2) de todas las combinaciones posibles entre la parte espacial de la función de onda y la parte de espín, sólo valen dos:

$$\Psi(\vec{r}_1, s_1; \vec{r}_2, s_2) = \begin{cases} \Phi_{para}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\chi_{S=0}(s_1, s_2) & \text{singlete para - Helio} \\ \Phi_{orto}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\chi_{S=1}(s_1, s_2) & \text{triplete orto - Helio} \end{cases} . \quad (17)$$

El principio de exclusión de Pauli para fermiones incluye el que no se puedan tener dos fermiones idénticos con todos sus números cuánticos iguales. Esto es lo que nos permite entender la estructura de la tabla periódica de elementos como veremos en la lección siguiente.

7. Desarrollos hasta nuestros días

Aunque el cuadro matemático de la Mecánica Cuántica estaba básicamente completo en los años 30 tras la interpretación probabilística de la función de onda de Born y la introducción del concepto de espacio de Hilbert y la teoría general de operadores, su naturaleza indeterminista no convencía a muchos. En 1935 Einstein, Podolsky y Rosen (EPR) publicaron un artículo en el que según ellos se demostraba que la Mecánica Cuántica no podía ser la última descripción del mundo físico en tanto que era indeterminista de un modo fundamental. La idea básica en el artículo EPR es que si, sin perturbar un sistema en modo alguno, podemos predecir con certeza el valor de una cantidad física, entonces tiene que existir un elemento de realidad física asociado a esa cantidad física. Según esto uno debe esperar encontrar una teoría determinista local más completa que la Mecánica Cuántica, que es intrínsecamente no-local e indeterminista. La discusión permaneció en un estado teórico hasta 1965, año en el que Bell (1928-1990) probó sus conocidas desigualdades. Bell estableció unas relaciones matemáticas estrictas que debía cumplir cualquier teoría local de variables ocultas y que, sin embargo, podían ser violadas por la Mecánica Cuántica. A finales de los 70 y principios de los 80 se realizaron detallados experimentos que verificaron la violación de las desigualdades de Bell y consecuentemente establecieron la validez de la Mecánica Cuántica.

* Si las partículas idénticas tienen espín entero (bosones), este principio establece que su función de onda debe ser simétrica bajo el intercambio de todas las coordenadas (espaciales y de espín) de dos cualesquiera de ellas.

Desde los años 30 no han cesado los desarrollos y aplicaciones de la Mecánica Cuántica. Por citar algunos de los eventos más significativos, en 1930 Rabi inventa la resonancia magnética, en 1938 se descubre el helio superfluido y se conecta esta observación con la condensación Bose-Einstein, en 1941 Landau propone su teoría de la superfluidez, en 1946 se inventa el transistor, en 1949 se desarrolla la Electrodinámica Cuántica, en 1957 Baarden, Cooper y Schrieffer formulan su teoría de la superconductividad, en 1962 Townes desarrolla el láser. Más recientemente, en 1985, se inventa el microscopio de efecto túnel y en 1995 se observa experimentalmente la condensación Bose-Einstein en gases atómicos a muy bajas temperaturas. Éstos y otros muchos desarrollos se encuentran presentes en nuestra vida diaria y han revolucionado nuestra percepción de la Naturaleza.

8. Problemas conceptuales en Mecánica Cuántica

La formulación por parte de Heisenberg del principio de indeterminación fue una carga de profundidad para el determinismo según había enunciado Laplace más de un siglo antes. El principio de indeterminación impedía la determinación simultánea de posición y momento de un sistema y, por tanto, hacía imposible conocer la evolución del sistema aunque las ecuaciones de evolución de la función de onda fueran completamente deterministas. De todas formas, la dicotomía determinismo-indeterminismo es un problema "filosófico" que ha dado lugar a multitud de artículos en la literatura.

El éxito de la Mecánica Cuántica desde su desarrollo hasta nuestros días ha sido abrumador en prácticamente todas las ramas de la Física: atómica, molecular, nuclear, materia condensada, óptica, etc. En lecciones posteriores veremos algunos ejemplos de sus éxitos, que nadie discute. Sin embargo, hay algunos temas relacionados con aspectos conceptuales de la teoría que no satisfacen a algunos y que han sido objeto de controversia desde el nacimiento de la Mecánica Cuántica por sus implicaciones filosóficas. En esta sección discutiremos algunos de estos aspectos.

8.1. Determinismo frente a indeterminismo

Se suele decir que la física clásica es determinista, esto significa que sus leyes están formuladas de tal forma que un suceso viene determinado por la teoría a partir de las condiciones anteriores del sistema físico. Por ejemplo, si dejamos caer un cuerpo de masa m desde una altura h , podemos determinar su posición y velocidad en cualquier instante posterior (supuesta conocida

g). La historia del sistema determina lo que medimos. Frente a esto, la física cuántica es indeterminista, entendiendo por ello que aunque conozcamos el estado cuántico exactamente no podemos determinar con exactitud el resultado de una medida. Sólo podemos evaluar las probabilidades de los distintos resultados posibles. Por ejemplo, si tenemos un electrón (espín $1/2$) con proyección sobre el eje Z $s_z = 1/2$ y medimos su proyección sobre el eje X sabemos que podemos medir $s_x = 1/2$ y $s_x = -1/2$ con igual probabilidad, pero no hay forma de predecir qué valor concreto mediremos para un electrón dado.

Es importante darse cuenta de que la evolución de la función de onda que describe al sistema es perfectamente determinista, en el sentido de que la ecuación de Schrödinger nos da la evolución exacta de la función de onda con el tiempo. Conocida la función de onda en un instante podemos determinar cuál será la función de onda en un instante posterior. La indeterminación surge al realizar la medida y no tener forma de saber de antemano el resultado de una medida concreta, el resultado de la medida es impredecible a priori.

8.2. Teorías de variables ocultas

Muchos de los problemas conceptuales de la Mecánica Cuántica quedarían resueltos si se pudiera mostrar que las predicciones de la teoría son estadísticas, en el sentido de que las probabilidades relativas de que ocurra un suceso vienen determinadas por propiedades que no se pueden observar directamente. La idea es que si supieramos perfectamente los valores de esas magnitudes podríamos determinar el resultado de cualquier medida posterior. En ese caso, el hablar de probabilidades es como consecuencia de nuestra ignorancia sobre algunas variables (algo parecido al caso de lanzar un dado, no sabemos de qué cara caerá debido a que hay variables que no podemos controlar, pero, en principio, si las conociéramos podríamos saber el resultado de un tirada). A las variables desconocidas que controlarían el resultado de la medida se les denomina “variables ocultas” y a las teorías basadas en esta idea se les llama “teorías de variables ocultas”. Cualquier teoría de variables oculta que se diseñe debe dar el mismo resultado que la Mecánica Cuántica en todos los casos en los que ésta ha mostrado su exactitud. Se podría pensar en diseñar experimentos en los que la Mecánica Cuántica y las teorías de variables ocultas den distinto resultado e intentar determinar cuál de los dos enfoques es el correcto. Todos los intentos que se han hecho hasta ahora para dirimir cuál es el enfoque apropiado han caído del lado de la Mecánica Cuántica. Se puede uno preguntar si no es posible diseñar una teoría de variables ocultas que de los mismos resultados de la Mecánica Cuántica siempre. John Bell demostró en 1964 que eso no es posible.

8.3. El experimento de Einstein-Podolsky-Rosen (EPR)

En 1935 Einstein, Podolsky y Rosen publicaron un trabajo en el que se discutían las implicaciones no locales de la Mecánica Cuántica. La idea es la siguiente: Sea un par de partículas de espín $1/2$ con momentos angulares orbitales $\ell = 0$ y cuyo momento angular total es $J = 0$. Se deja que las partículas se separen espacialmente tanto como se quiera y se mide la proyección del espín de una de ellas sobre el eje Z , supongamos que se obtiene \uparrow . Si inmediatamente se mide lo mismo para la otra partícula, se obtiene \downarrow , de forma que el momento angular total del sistema es nulo. Esto implica alguna clase de interacción no local entre ambas medidas. Recordemos, que según el postulado seis, al medir la función de onda del sistema colapsa a la autofunción correspondiente al autovalor medido del observable de interés. De esta forma, la medida de s_{1z} transforma la función de onda completa del sistema, y siempre se obtiene para la medida inmediata de s_{2z} el valor que hace $S_{TOTAL} = 0$. Ello significa, que hecha la medida de s_{1z} , la medida de s_{2z} es innecesaria ya que sabemos lo que vamos a obtener.

Hay que notar la diferencia con la Mecánica Clásica. En ella, sabemos que si un objeto con $J = 0$ se parte en dos trozos que se separan, la medida del momento angular de una parte nos dice que el momento angular de la otra parte es el opuesto, ya que $J = 0$ se debe conservar. Sin embargo, en el caso clásico, el acto de medir no afecta al sistema. En Mecánica Cuántica toda la teoría de la medida depende de la función de onda del sistema que es influenciada directamente por el hecho de medir.

8.4. El problema de la medida en Mecánica Cuántica

Uno de los problemas conceptuales de la Mecánica Cuántica es el de la medida. En Mecánica Cuántica se postula que cuando se mide una magnitud física, A , siempre se obtiene como resultado uno de sus autovalores, a_i , y que, inmediatamente, después de la medida el estado del sistema es la autofunción asociada, $\varphi_i^{(A)}$ al autovalor medido. Además, si la función de onda del sistema antes de la medida era $\Psi = \sum_k c_k \varphi_k^{(A)}$, la probabilidad de obtener como resultado de la medida a_i es $|c_i|^2$. El efecto de la medida es modificar la función de onda de Ψ a $\varphi_i^{(A)}$ (colapso de la función de onda). Vamos a discutir en esta subsección el proceso de medida.

Supongamos que queremos medir la proyección del espín de una partícula de espín $1/2$ sobre un eje dado (vamos a tomar, por ejemplo, el eje Z). Inicialmente el estado de la partícula será una combinación lineal de \uparrow y \downarrow :

$$\alpha_x = \frac{1}{\sqrt{2}} [\uparrow + \downarrow].$$

En este caso, si hacemos pasar un haz de esas partículas por un imán Stern-Gerlach orientado en la dirección del eje Z , la mitad de las partículas saldrán por el canal \uparrow y la otra mitad por el \downarrow . Hay que notar, que una partícula en concreto no sabemos a priori por qué canal va a salir. Es importante, hacer notar que el resultado de la medida de s_z y el consiguiente colapso de la función de onda no es debido al paso de las partículas por el imán Stern-Gerlach. Esto lo podemos ver si hacemos incidir una partícula descrita por α_x sobre un imán orientado en la dirección Z . Si antes de medir por cuál canal ha salido, re combinamos los dos canales de salida y al resultado lo hacemos pasar por un imán orientado según el eje X , a la salida de éste obtenemos de nuevo el estado α_x . Ello significa, que el imán no ha producido el colapso de la función de onda. Parece que éste se produce al hacer la medida debido a la interacción del haz con el detector. Sin embargo, la Mecánica Cuántica debe ser capaz de describir tanto sistemas microscópicos como macroscópicos, por lo que para describir el experimento anterior vamos a incluir también el aparato de medida. Consideremos el experimento anterior pero incluyendo la función de onda correspondiente al aparato de medida. Éste puede estar en tres estados: χ_0 antes de que la partícula sea detectada, χ_+ después de detectarla si la medida es \uparrow y χ_- después de detectarla si la medida es \downarrow . La función de onda inicial del sistema total (partícula más detector) si la partícula está inicialmente en \uparrow será $\Psi = \uparrow \times \chi_0$. Después de que la partícula pase por el canal \uparrow y la detectemos el estado del sistema será $\Psi_+ = \uparrow \times \chi_+$. Del mismo modo, si el estado inicial de la partícula es \downarrow , la función de onda del sistema después de pasar por el imán y ser detectada será $\Psi_- = \downarrow \times \chi_-$. Si, en un caso más general, consideramos que el estado inicial de la partícula es

$$\alpha_x = \frac{1}{\sqrt{2}} [\uparrow + \downarrow],$$

el estado inicial de todo el sistema será $\Psi_i = \alpha_x \chi_0$. Si consideramos que la evolución temporal del sistema está gobernada por la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo con un hamiltoniano independiente del tiempo, cada componente de la función de onda anterior evoluciona del mismo modo que acabamos de ver. Por tanto la función de onda final del sistema completo será

$$\Psi_f = \frac{1}{\sqrt{2}} [\uparrow \chi_{++} + \downarrow \chi_{--}].$$

Los problemas con la medida en Mecánica Cuántica vienen precisamente de esta función de onda:

- Aparentemente el detector no está en uno de sus estado permitidos, sino en una combinación de ellos. Si el detector tiene una aguja que

marca uno de los tres estados posibles, este resultado parece que implica que la aguja está deslocalizada entre dos posiciones. Aunque en Mecánica Cuántica ya estamos acostumbrados a estos hechos, sería contrario a nuestra observación diaria que un objeto macroscópico clásico no obedeciera a unas leyes bien determinadas.

- La función de onda escrita parece contradecir el postulado básico que se refiere a la reducción de la función de onda, que implicaría que después de la medida el estado del sistema debería ser $\uparrow \chi_+$ ó $\downarrow \chi_-$.
- Si el sistema partícula más detector se trata como un único sistema cuántico parece que la reducción o colapso no se produce hasta que midamos. Podríamos incluir en el sistema el aparato que nos diga el estado del detector y luego el aparato que nos diga lo que ha medido el aparato que nos dice el estado del detector y así infinitamente.

Estos hechos se ilustran más gráficamente con un experimento mental ideado por Schrödinger denominado el gato de Schrödinger. Supongamos un experimento en el que se mide s_z sobre una partícula inicialmente en el estado α_x tras pasar por un imán. Si el resultado de la medida es \uparrow se dispara una pistola sobre un gato. Si el resultado de la medida es \downarrow no ocurre nada y el gato sigue vivo. Todo el sistema está encerrado en una caja aislada que se abrirá al final para ver si el gato está vivo o muerto y, de ahí, inferir el valor de la medida de s_z . Ahora el estado del sistema incluye al gato y será χ_+ si el gato está muerto y χ_- si el gato está vivo. La función de onda del sistema será

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} [\uparrow \chi_+ + \downarrow \chi_-],$$

que implica que el gato, hasta que no abramos la caja, ¡no está ni vivo ni muerto!

Éste y otros hechos hacen que surjan muchas preguntas de orden filosófico:

- ¿Cuándo muere el gato?
- ¿Los acontecimientos futuros no están completamente determinados por el estado presente de las cosas?
- ¿Puede una única causa dar lugar a dos o más efectos diferentes?
- Si la elección de los acontecimientos futuros no está determinada por leyes naturales precisas, ¿siempre que acontece un suceso cuántico interviene alguna fuerza sobrenatural?

8.5. Interpretaciones sobre la medida

La interpretación de Copenhague

La interpretación considerada ortodoxa de estos hechos es la denominada interpretación de Copenhague. En ella se considera que es incorrecto interpretar al sistema mecánico cuántico en estudio como algo separado del aparato de medida. Así, una partícula de espín $1/2$ aproximándose a un imán z es diferente a la misma partícula aproximándose a un imán x . El problema del colapso de la función de onda no ocurre ya que la elección de la función de onda viene dada por los detalles del montaje experimental diseñado para hacer las medidas. No tiene sentido fundamental hablar de cosas que no se pueden medir. En el caso de una medición hay que dar los detalles del montaje para incorporar esa información al estado del sistema.

Medidas clásicas

El problema de la medida se puede resolver si se postula que la Mecánica Clásica no es un caso límite de la Mecánica Cuántica sino que es una teoría distinta en la que el resultado de las medidas es siempre único y bien definido. Los aparatos de medida obedecen a leyes distintas que los electrones u otros objetos microscópicos. La reducción de la función de onda de estos últimos tiene lugar cuando interactúan con los sistemas clásicos, ya que estos últimos no pueden tratarse cuánticamente. Sin embargo, esta interpretación genera nuevas cuestiones: ¿hay dos teorías diferentes para los sistemas físicos dependiendo del tamaño de estos? ¿cuál es la frontera en tamaño?

Teorías subjetivas

Wigner propuso una teoría alternativa de la medida. Dijo que todo lo que sabemos del Universo es la información que entra en nuestra mente a través de nuestros sentidos y termina en nuestro consciente. Wigner postuló que la reducción de la función de onda ocurre cuando la información entra en la mente humana. Así, en el problema del gato de Schrödinger la partícula, el detector y el gato están en un estado mezcla hasta que la persona abre la caja y la información se transfiere a la mente. Muchos consideran esta interpretación poco satisfactoria ya que:

- parece indicar que la mente o consciente es algo de tipo diferente al resto de la materia del Universo
- manda el problema a un área inaccesible ya que si todo está en la mente y ésta no es un sistema físico susceptible de ser investigado toda la Ciencia parece no tener significado objetivo.
- es difícil explicar el hecho de que mentes diferentes lleguen a idénticos resultados para las medidas físicas a menos que se acepte un Universo físico objetivo.

Muchos mundos

En esta interpretación se propone que, en lugar de que una medida mecánico-cuántica seleccione uno de los estados posible, todos los resultados posibles ocurren. Esto implica que cada medida causa que todo el Universo se divida en un número de Universos separados no interactuantes que nunca pueden darse cuenta de la existencia de los otros. Cuando obtenemos un resultado aparentemente aleatorio en una medida, todos los resultados posibles han ocurrido de forma perfectamente determinista. Nosotros observamos una determinada rama del Universo, pero otras versiones de nosotros mismos existen tomando otras medidas en otras ramas. ¡Parece que el Universo se está subdividiendo infinitamente cada segundo!