

# Física de Partículas en 3 créditos

Joaquín Gómez Camacho

November 11, 2004

# Índice

<b>1</b>	<b>El paradigma de la física moderna</b>	<b>3</b>
1.1	Partículas: Electrón, protón, neutrón, neutrino . . . . .	3
1.2	Marco Teórico: La mecánica cuántica . . . . .	4
1.3	Interacciones . . . . .	5
1.3.1	Interacción electromagnética . . . . .	5
1.3.2	Interacción fuerte . . . . .	5
1.3.3	Interacción débil . . . . .	6
1.4	Problemas . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Decaimiento y Colisiones de partículas</b>	<b>8</b>
2.1	Transiciones en mecánica cuántica . . . . .	8
2.1.1	Densidad de estados . . . . .	8
2.2	Estimación de las probabilidades de emisión . . . . .	10
2.3	Teoría de Fermi de la interacción débil . . . . .	11
2.4	Secciones eficaces . . . . .	12
2.5	Problemas . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Propiedades de las partículas elementales</b>	<b>14</b>
3.1	Introducción . . . . .	14
3.2	Leptones . . . . .	15
3.3	Hadrones . . . . .	17
3.3.1	Número bariónico . . . . .	17
3.3.2	Extrañeza . . . . .	17
3.3.3	Partículas “estables” y resonancias. . . . .	18
3.4	Conservación de números cuánticos . . . . .	19
3.5	Isospín. . . . .	20
3.5.1	Isospín de sistemas de partículas . . . . .	21
3.5.2	Conservación del isospín . . . . .	22
3.5.3	Relación entre las probabilidades de decaimiento . . . . .	22
3.5.4	Relación entre secciones eficaces . . . . .	23
3.6	Problemas . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Simetrías discretas</b>	<b>26</b>
4.1	Inversión espacial: Operador P . . . . .	27
4.1.1	Paridad P de sistemas de dos partículas . . . . .	28
4.2	Conjugación de carga: Operador C . . . . .	28
4.2.1	Paridad C de sistemas de partículas . . . . .	28
4.3	Conservación y violación de las simetrías discretas . . . . .	29

4.3.1	Violación de la paridad P y C por la interacción débil . . . . .	30
4.4	Problemas . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Un paradigma de transición</b>	<b>32</b>
5.1	Partículas: Hadrones y leptones . . . . .	32
5.2	Marco teórico: Teoría cuántica de campos . . . . .	32
5.3	Interacciones . . . . .	33
5.3.1	Interacción fuerte: Teoría mesónica . . . . .	33
5.3.2	Interacción electromagnética: Electrodinámica cuántica . . . . .	34
5.3.3	Interacción débil: Teoría del bosón vectorial intermedio . . . . .	35
5.4	Problemas . . . . .	37
<b>6</b>	<b>Modelo de Quarks</b>	<b>39</b>
6.1	Los quarks $u, d, s$ y el modelo $SU(3)_F$ para los hadrones . . . . .	39
6.1.1	Propiedades de los hadrones en el modelo de quarks . . . . .	40
6.1.2	Color de los quarks . . . . .	41
6.1.3	Masas de los quarks . . . . .	42
6.1.4	Momento magnético . . . . .	42
6.2	Quarks pesados . . . . .	44
6.2.1	Quark c . . . . .	44
6.2.2	Quark b . . . . .	44
6.2.3	Quark t . . . . .	44
6.3	Las interacciones descritas en el modelo de quarks . . . . .	44
6.3.1	Interacción fuerte . . . . .	44
6.3.2	Interacción electromagnética. . . . .	46
6.3.3	Interacción débil. Ángulo de Cabibbo. Matriz CKM. . . . .	46
6.4	Evidencias experimentales de los quarks . . . . .	48
6.4.1	Experimentos de análisis . . . . .	48
6.4.2	Experimentos de síntesis . . . . .	49
6.5	Problemas . . . . .	49
<b>7</b>	<b>El paradigma de la física actual: Modelo Estándar</b>	<b>51</b>
7.1	Partículas: Quarks y Leptones . . . . .	51
7.2	Marco teórico: Teorías Gauge Locales . . . . .	52
7.3	Interacciones . . . . .	52
7.3.1	Cromodinámica Cuántica . . . . .	52
7.3.2	Teoría Electrodébil . . . . .	53

# Lección 1

## El paradigma de la física moderna

Un paradigma, en una disciplina científica, establece el marco conceptual que nos permite describir los fenómenos en el ámbito de dicha disciplina. En la física, un paradigma consta de unas partículas elementales, de las que están compuestos todos los sistemas físicos, unas interacciones entre las partículas elementales, y un marco teórico, que nos permite obtener las propiedades de los sistemas físicos a partir de las partículas componentes y sus interacciones.

El paradigma de la física moderna incluye a protón, neutrón, electrón y neutrino como partículas fundamentales. Considera las interacciones gravitatoria, electromagnética, fuerte y débil. La primera es irrelevante para la física nuclear o de partículas. Las demás son consideradas en el marco de la teoría cuántica.

El desarrollo de este paradigma lleva a una descripción detallada de la estructura de átomos y núcleos atómicos. También puede describirse el decaimiento de estos sistemas, y las colisiones entre ellos.

### 1.1 Partículas: Electrón, protón, neutrón, neutrino

Las partículas que se consideraban elementales en 1932, son el protón, con carga positiva  $+e$  y masa 938.27 MeV; el neutrón, con carga nula y masa 939.56 MeV, y el electrón, con carga  $-e$  y masa 0.511 MeV. Además de estas partículas, se había postulado que debería existir otra partícula, el neutrino, con masa muy pequeña y carga nula, que interactuaba muy débilmente con la materia, ya que, de no ser así, no se conservaría la energía en los procesos radiactivos de decaimiento beta. Esta partícula no pudo ser observada hasta muchos años después.

El protón, el electrón y el neutrino son estables. El neutrón, si se encuentra aislado, decae con una vida media de 896 s en protón, electrón y neutrino (estrictamente hablando, la partícula que se produce en el decaimiento del neutrón es la antipartícula del neutrino, o antineutrino).

Protón, neutrón, electrón y neutrino son fermiones, por lo que obedecen la estadística de Fermi-Dirac. La función de onda de un sistema de fermiones debe ser antisimétrica con respecto al intercambio de dos de ellos. Por tanto, no puede haber dos fermiones en el mismo estado cuántico. Los fermiones tienen momento angular intrínseco o espín semientero ( $J = 1/2, 3/2, \dots$ ). En concreto, protón, neutrón, electrón y neutrino tienen espín  $J = 1/2$ , por lo que la proyección del espín a lo largo de un eje dado puede tomar los valores  $m \pm 1/2$ .

La introducción de la mecánica cuántica relativista lleva a que, para cada fermión debe existir su antipartícula, que tiene la misma masa pero la carga eléctrica opuesta. Ello hace que, además de protón, neutrón, electrón y neutrino, existan también las antipartículas correspondientes.

## 1.2 Marco Teórico: La mecánica cuántica

En mecánica cuántica, cualquier sistema puede venir representado por un vector estado definido en un espacio vectorial (espacio de Hilbert). La caracterización completa de un sistema, a través de un vector estado, requiere especificar la partícula o partículas que lo componen, su estado de movimiento y su estado de espín. Por ejemplo, un electrón, con un momento  $\vec{P} = \hbar\vec{k}$  y una proyección de su espín  $m$  viene dado por el estado  $|e; \vec{k}; m\rangle$ . Un electrón con una posición definida  $\vec{R}$  viene dado por el estado  $|e; \vec{R}; m\rangle$ . En general, la proyección del espín puede tomarse con respecto a un eje  $z$  arbitrario. Si la proyección del espín se toma con respecto al momento  $\vec{k}$  se denomina helicidad, y se suele representar por  $s$ .

Un electrón con una función de onda  $\phi(\vec{r})$  viene dado por el estado:

$$|e; \phi; m\rangle = \int d\vec{r} \phi(\vec{r}) |e; \vec{r}; m\rangle$$

que es simplemente una superposición de estados con posición definida. No hay que confundir el vector estado, que caracteriza totalmente al sistema, con la función de onda, que describe solamente el movimiento.

Un sistema de partículas viene descrito por estados producto, que también pertenecen al espacio de Hilbert. Así, un sistema formado por un electrón con momento  $\vec{k}_e$  y un protón con momento  $\vec{k}_p$  vendrá dado por

$$|e, p; \vec{k}_e, \vec{k}_p; m_e, m_p\rangle = |e; \vec{k}_e; m_e\rangle |p; \vec{k}_p; m_p\rangle$$

El vector estado que corresponde a un sistema de dos partículas, en el sistema de referencia centro de masas, viene caracterizado por la función de onda de su movimiento relativo. Por ejemplo, un sistema protón-neutrón, con una función de onda  $\phi(\vec{r})$ , donde  $\vec{r}$  es la coordenada relativa, viene descrita por un vector estado

$$|p, n; \phi; m_p, m_n\rangle = \int d\vec{r} \phi(\vec{r}) |p; \vec{r}/2; m_p\rangle |n; -\vec{r}/2; m_n\rangle$$

que es simplemente una combinación de estados producto.

El vector estado de un sistema complejo, como un núcleo atómico, puede expresarse en función de uno de sus componentes y el resto de las partículas. Por ejemplo, consideremos un núcleo con  $Z$  protones y  $N$  neutrones. Sea  $\vec{r}_p$  es la coordenada de un protón del núcleo con respecto a su centro de masas, y  $m_p$  es la proyección del espín de dicho protón. Sea  $\xi$  un conjunto de variables que describen las coordenadas y espines de las demás partículas del núcleo. El vector estado del sistema de  $A$  nucleones viene dado por

$$|Z, N; \Psi\rangle = \sum_{m_p} \int d\xi d\vec{r}_p \Psi(\xi, \vec{r}_p, m_p) |Z-1, N; \xi\rangle |p; \vec{r}_p; m_p\rangle$$

Por tanto, el vector estado de un sistema de  $A$  partículas puede escribirse como una combinación del producto de vectores estado del sistema de  $A-1$  partículas por vectores estado del sistema de una partícula.

Con frecuencia, resulta muy conveniente acoplar los espines de las partículas para obtener estados caracterizados por el espín total. Para un sistema de dos partículas de espín  $1/2$ , el espín total puede ser  $S_t = 0$  o  $S_t = 1$ . En general, para partículas con espines  $J_a$  y  $J_b$ , el espín total puede tomar todos los valores  $|J_a - J_b| \leq S_t \leq |J_a + J_b|$ . Los estados con espín total definido vienen dados por una combinación de los estados con proyecciones del espín de cada partícula definidos determinada por los coeficientes de Clebsh-Gordan.

$$|a, b; \phi; S_t m_t \rangle = \sum_{m_a, m_b} \langle J_a m_a, J_b m_b | S_t m_t \rangle |a, b; \phi; m_a m_b \rangle$$

Además, la función de onda del movimiento relativo  $\phi$  puede tener un momento angular orbital determinado  $L, M$ . Ello implica que  $\phi(\vec{r}) = R(r)Y_{LM}(\theta, \phi)$ . En este caso, es conveniente acoplar el momento angular orbital con el espín total para dar el momento angular total del sistema  $J_t$ . Este puede tomar valores  $|L - S_t| \leq J_t \leq |L + S_t|$ , de forma que los estados con momento angular total definido vienen dados por

$$|a, b; \phi, L; S_t; J M_J \rangle = \sum_{M, m_t} \langle LM, S_t m_t | J M_J \rangle |a, b; \phi, L, M; S_t m_t \rangle$$

## 1.3 Interacciones

Vamos a describir las características cualitativas de las interacciones:

### 1.3.1 Interacción electromagnética

Ocurre entre partículas cargadas, y tiene un largo alcance. El potencial escalar viene dado por la expresión

$$V(r) = Z_1 Z_2 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

donde  $e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \text{ MeV fm}$ . Para distancias típicas de  $1 \text{ fm}$ , la interacción entre dos partículas de carga unidad es del orden de  $1 \text{ MeV}$ . Así, podemos expresar  $\langle H_{em} \rangle \simeq 1 \text{ MeV}$ , como una medida del orden de magnitud de la interacción electromagnética.

### 1.3.2 Interacción fuerte

Ocurre entre protones y neutrones, es una interacción atractiva, y es responsable de que protones y neutrones formen núcleos atómicos. La interacción tiene un alcance del orden de  $1 \text{ fm}$ . La interacción fuerte tiene una dependencia complicada con la distancia, depende de la orientación de los espines, de la energía y del momento angular. No obstante, en muchos casos, pueden utilizarse parametrizaciones simples de la interacción fuerte. Por ejemplo, puede usarse un pozo cuadrado,

$$V(r) = -V_0 \quad r < R \quad ; \quad V(r) = 0 \quad r > R,$$

o bien una forma de tipo Yukawa:

$$V(r) = -V_0 \frac{\exp(-r/R)}{r/R}$$

Los parámetros  $R$  y  $V_0$  se obtienen ajustando datos experimentales, tales como la energía de ligadura y el radio del deuterón, que es un estado ligado de protón y neutrón. El parámetro  $R$  es del orden de 1 fm, y  $V_0$  es del orden de 100 MeV.

Por tanto, podemos concluir que los elementos de matriz de la interacción fuerte son típicamente  $\langle H_f \rangle \simeq 100 \text{ MeV}$ .

### 1.3.3 Interacción débil

La interacción débil es la responsable del decaimiento de un neutrón libre:  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ . La partícula  $\bar{\nu}$ , o antineutrino, es una partícula sin carga ni masa en reposo que se mueve con la velocidad de la luz, que fué postulada para que se cumpliera la conservación de la energía, y se detectó experimentalmente muchos años después. Otros procesos posibles debidos a la interacción débil son:  $n + \nu \rightarrow p + e^-$  (interacción de neutrinos),  $p + e^- \rightarrow n + \nu$  (captura electrónica),  $p \rightarrow n + e^+ + \nu$  (emisión  $\beta^+$ ). Estos últimos procesos no puede darse para un protón libre, porque no se conservaría la energía, pero sí puede ocurrir en un protón que se halla dentro de un núcleo atómico.

Estos procesos pueden describirse en la teoría de Fermi de la interacción débil introduciendo un término en el hamiltoniano que se expresa como

$$H_w = G_F \delta^3(\vec{r})(\tau^+ + \tau^-)$$

donde  $\tau^+$  es un operador que transforma un neutrón en protón, y crea o aniquila electrones y neutrinos conservando la carga eléctrica y el número leptónico, que veremos posteriormente.  $\tau^-$  es el operador conjugado. Explícitamente, se tiene

$$\langle p | \tau^+ | n, e^+, \nu \rangle = \langle p, \bar{\nu} | \tau^+ | n, e^+ \rangle = \langle p, e^- | \tau^+ | n, \nu \rangle = \langle p, e^-, \bar{\nu} | \tau^+ | n \rangle = 1$$

y el resto de los elementos de matriz son nulos. El operador  $\tau^\pm$  es independiente del espín. Sólo conecta estados en los que  $m_p = m_n$ <sup>1</sup>.

La constante de Fermi  $G_F$  toma el valor de  $89.62 \cdot 10^{-6} \text{ MeV fm}^3$ . La función  $\delta$  indica que la interacción débil solamente actúa si las cuatro partículas participantes ( $p, n, e, \nu$ ) están en la misma posición. En realidad, la expresión anterior es una aproximación, que indica que la interacción débil tiene un alcance mucho más corto incluso que la interacción fuerte. Una estimación de la intensidad de la interacción débil se obtiene promediando su efecto sobre un volumen de  $1 \text{ fm}^3$ , con lo cual se tiene  $\langle H_w \rangle \simeq 10^{-4} \text{ MeV}$ .

## 1.4 Problemas

1) Demostrar que, para que exista un estado ligado protón-neutrón con un potencial de interacción de tipo pozo cuadrado,

$$V(r) = -V_0, r < R \quad ; \quad V(r) = 0, r > R$$

siendo  $\mu$  la masa reducida protón-neutrón, debe cumplirse que

$$V_0 R^2 \geq \frac{\pi^2 \hbar^2}{8\mu}.$$

---

<sup>1</sup>Aquí sólo consideramos el operador de Fermi. También existe el operador de Gamow-Teller, que puede cambiar la proyección del espín

Nota: La función de onda radial  $\phi_l(r)$  puede escribirse como  $u_l(r)/r$ , donde  $u_l(r)$  debe satisfacer la ecuación:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \right) u_l(r) = -B u_l(r).$$

Considerar el caso  $l = 0$  y  $B \ll V_0$ .

2) Para dos partículas idénticas, la función de onda completa debe ser antisimétrica si son fermiones y simétrica si son bosones. Teniendo en cuenta que los fermiones tienen espín semientero, y que los bosones tienen espín entero, y que la función de onda total es el producto de la función de onda orbital por la función de onda de espín, demostrar que ha de cumplirse, tanto para bosones como para fermiones, que siempre  $L + S_t$  ha de ser par.

Nota: Para una función de onda orbital  $\phi(\vec{r})$ , donde  $\vec{r}$  es el vector que va de la partícula 1 a la 2, cambiar la partícula 1 por la 2 es equivalente a cambiar  $\vec{r}$  por  $-\vec{r}$ . Si la función de onda orbital tiene un momento angular definido  $L$ , entonces  $\phi(-\vec{r}) = (-1)^L \phi(\vec{r})$ .

Para la función de onda de espín, cambiar la partícula 1 por la 2 afecta solamente el orden en el que se acoplan los espines para dar el espín total. Puede utilizarse la propiedad de los coeficientes de Clebsch-Gordan:

$$\langle J_a m_a; J_b m_b | S_t m_t \rangle = (-1)^{S_t - J_a - J_b} \langle J_b m_b; J_a m_a | S_t m_t \rangle$$

# Lección 2

## Decaimiento y Colisiones de partículas

### 2.1 Transiciones en mecánica cuántica

En mecánica cuántica, una partícula inestable, dos partículas que colisionan, o un sistema compuesto que tenga una energía suficiente, puede descomponerse o decaer, produciendo varios fragmentos (partículas o fotones). Para describir este proceso, se descompone el hamiltoniano  $H = H_0 + H'$ .  $H_0$  es la parte del hamiltoniano que define la partícula o el sistema, de forma que es un autoestado de  $H_0$ .  $H'$  es la parte del hamiltoniano que produce el decaimiento.

La probabilidad por unidad de tiempo de que se produzca el decaimiento viene dada por la regla de oro de Fermi:

$$W_{i,f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle i|H'|f \rangle|^2 \rho(E)$$

donde  $\langle i|H'|f \rangle$  es el elemento de matriz de la parte del hamiltoniano responsable del decaimiento, entre el estado inicial  $i$  y el estado final  $f$  en el que se ha emitido los fragmentos, y  $\rho(E)$  es la densidad de auto-estados de  $H_0$  que pueden producirse tras el decaimiento, es decir, el número de estados finales entre  $E$  y  $E + dE$ , dividido por  $dE$ . Nótese que si un sistema puede decaer, su vida media  $\tau$  viene dada por  $1/W_{i,f}$ , y su energía tendrá una indeterminación caracterizada por  $\Gamma = \hbar W_{i,f}$ .

#### 2.1.1 Densidad de estados

##### Decaimiento en dos partículas. Caso general

Consideremos una partícula o sistema de partículas A que se desintegra en B + C. En el proceso se libera una energía total  $E = M(A)c^2$ , y una energía cinética  $E_c = (M(A) - M(B) - M(C))c^2$ . Sea  $\vec{P}$  es el momento de B, que es igual y de signo contrario al de C. Nótese que si se especifica el valor de  $\vec{P}$ , se determina el estado tanto de B como de C. Supongamos que B y C se confinan a un volumen  $\Omega = L^3$  (L se tomará posteriormente como 1 fm). Los valores de las componentes  $P_x, P_y$  y  $P_z$  están cuantizadas de forma que  $P_x = n_x 2\pi\hbar/L$ . El número de estados tal que el módulo de su momento es inferior a  $P$  viene dado por los posibles valores enteros de  $n_x, n_y$  y  $n_z$  tales que:

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 \leq \left( \frac{PL}{\hbar 2\pi} \right)^2$$

lo cual lleva, a partir del volumen de la esfera, a:

$$N(P) = \frac{4\pi(Pc)^3 L^3}{3(2\pi\hbar c)^3}$$

En general,  $Pc$  es una función de  $E$ . Si se deriva  $N(P)$ , se obtiene

$$\rho(E) = \frac{dN(P)}{dE} = \frac{4\pi\Omega(Pc)^2 dPc}{(2\pi\hbar c)^3 dE}$$

La expresión concreta depende de la relación entre  $Pc$  y  $E$ . En el caso general de que B y C sean partículas relativistas, la conservación del cuadrivector energía-momento lleva a:

$$E = M(A)c^2 = \sqrt{(M(B)c^2)^2 + (Pc)^2} + \sqrt{(M(C)c^2)^2 + (Pc)^2}$$

### **Decaimiento en dos partículas no relativistas**

Supongamos que la energía cinética  $E_c$  es considerablemente menor que las masas en reposo de B y C, con lo que ambas se moverán de forma no relativista. Entonces  $E_c = (Pc)^2/(2\mu c^2)$ , donde  $\mu$  es la masa reducida de B y C, y

$$\rho(E) = 2\pi\Omega E_c^{1/2} (2\mu c^2)^{3/2} / (2\pi\hbar c)^3$$

### **Decaimiento en una partícula relativista y una partícula pesada**

Consideremos que  $E_c$  y  $M(C)c^2$  son mucho más pequeñas que  $M(B)c^2$ . Este es el caso cuando un núcleo emite un fotón. En ese caso, la partícula C se lleva prácticamente toda la energía cinética, y se cumple que

$$E = M(B)c^2 + \sqrt{(M(C)c^2)^2 + (Pc)^2}$$

de donde puede obtenerse la expresión de la densidad de estados.

Cuando la partícula C tiene masa nula o mucho menor que  $E_c$  (límite ultrarrelativista), se tiene que  $E - M(B)c^2 = Pc$  y

$$\rho(E) = \frac{4\pi(M(A)c^2 - M(B)c^2)^2}{(2\pi\hbar c)^3}.$$

### **Decaimiento en dos partículas ligeras y una partícula pesada**

Consideramos el proceso en el que un núcleo atómico, o cualquier otra partícula pesada A, emite dos partículas de masa pequeña C y D, dejando una partícula pesada residual B, de masa parecida a la inicial. En ese caso, el núcleo residual se lleva una parte muy pequeña de la energía cinética disponible. La energía se distribuye entre los fragmentos ligeros, y el núcleo residual se lleva el momento necesario para compensar el de las otras dos partículas. En este caso, los momentos de las partículas C y D son diferentes en general, pero la suma de sus energías debe venir dada por  $E_T = E_C + E_D = M(A)c^2 - M(B)c^2$ . El momento  $P_C$  de la partícula C está relacionado con su energía por

$$E_C^2 = (M(C)c^2)^2 + (P_C c)^2$$

y la densidad de estados de esta partícula viene dada por:

$$\rho_C(E_C) = \frac{4\pi\Omega E_C \sqrt{E_C^2 - (M(C)c^2)^2}}{(2\pi\hbar c)^3}$$

Las mismas expresiones se obtienen para la partícula B. Para calcular la densidad de estados finales en los que se cumple  $E_T = E_C + E_D$ , basta con integrar

$$\rho(E_T) = \int_{M(C)c^2}^{E_T - M(D)c^2} dE_C \rho_C(E_C) \rho_D(E_T - E_C)$$

En el límite en que  $E_T$  sea muy superior a  $M(C)c^2$  y  $M(D)c^2$ , pueden utilizarse las expresiones untrrelativistas para  $\rho_C$  y  $\rho_D$  y se tiene:

$$\rho(E_T) = \frac{(4\pi\Omega)^2 E_T^5}{30(2\pi\hbar c)^6}$$

## 2.2 Estimación de las probabilidades de emisión

### Interacción fuerte

Consideremos la emisión de un nucleón por un núcleo.

$$(N, Z)^* \rightarrow (N - 1, Z) + n$$

Supongamos que el núcleo inicial tiene la energía suficiente para que el nucleón salga con 10 MeV. Entonces, utilizando la expresión no relativista, se tiene  $\rho(E) = 0.84 \cdot 10^{-3} \text{MeV}^{-1}$ . Utilizando la estimación de la interacción fuerte, se tiene  $W_{i,f} \simeq 8 \cdot 10^{22} \text{s}^{-1}$ ,  $\Gamma \simeq 52.8 \text{MeV}$ ,  $\tau \simeq 0.12 \cdot 10^{-22} \text{s}$ . Vemos, por tanto, que los sistemas que decaen por la interacción fuerte tienen vidas muy cortas.

### Interacción electromagnética

Consideremos la emisión de un fotón por un núcleo, considerando también el caso en que la energía cinética disponible es de 10 MeV.

$$(N, Z)^* \rightarrow (N, Z) + \gamma$$

En ese caso, usando la expresión de la emisión de una partícula ultrarrelativista, se tiene  $\rho(E) = 0.66 \cdot 10^{-6} \text{MeV}^{-1}$ . Usando la estimación de la interacción electromagnética, se tiene  $W_{i,f} \simeq 6 \cdot 10^{15} \text{s}^{-1}$ ,  $\Gamma \simeq 4 \cdot 10^{-6} \text{MeV}$ ,  $\tau \simeq 1.6 \cdot 10^{-16} \text{s}$ . Los sistemas que decaen por interacción electromagnética tienen vidas más largas que los que decaen por interacción fuerte, debido a que la interacción es más débil, pero también a que la densidad de estados suele ser menor, al producirse partículas relativistas (fotones).

### Interacción débil

Consideremos la emisión de un electrón y un neutrino por un núcleo, considerando también el caso en que la energía cinética disponible es de 10 MeV.

$$(N, Z) \rightarrow (N - 1, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e$$

En ese caso, usando la expresión de la emisión de dos partículas ligeras y una pesada, en el límite ultrarrelativista, se tiene  $\rho(E) = 1.46 \cdot 10^{-13} \text{MeV}^{-1}$ . Usando la estimación de la interacción débil, se tiene  $W_{i,f} \simeq 14 \text{s}^{-1}$ ,  $\Gamma \simeq 9 \cdot 10^{-21} \text{MeV}$ ,  $\tau \simeq 0.07 \text{s}$ . Los sistemas que decaen por interacción electromagnética tienen vidas muy largas, debido a que la interacción es muy débil, pero también a que la densidad de estados es mucho menor, al emitirse dos partículas ligeras.

## 2.3 Teoría de Fermi de la interacción débil

El decaimiento beta consiste en que un núcleo rico en neutrones puede convertirse en un isóbaro más estable si uno de sus neutrones se convierte en un protón. En este proceso, se produce un electrón, que se lleva parte de la energía que se libera en el proceso. El resto de la energía debe llevarse a otra partícula que no se detecta, que corresponde al antineutrino. Por otro lado, el electrón que se emite no tiene una energía determinada, sino que aparece con una distribución característica de energías.

La teoría de Fermi se introdujo para explicar el espectro de emisión de electrones en el decaimiento beta. La teoría parte de la regla de oro de Fermi. Para evaluar el elemento de matriz  $\langle i|H_w|f \rangle$ , se considera que el estado inicial, que corresponde a un núcleo compuesto por  $Z$  protones y  $N$  neutrones, viene descrito por un estado

$$|Z, N; \Psi_i \rangle = \sum_{m_p} \int d\xi d\vec{r}_n \Psi_i(\xi, \vec{r}_n, m_n) |Z, N - 1; \xi \rangle |n; \vec{r}_n; m_n \rangle .$$

El estado final corresponde a un núcleo compuesto por  $Z + 1$  protones y  $N - 1$  neutrones, un electrón y un antineutrino.

$$\begin{aligned} |Z + 1, N - 1, e, \bar{\nu}; \Psi_f \rangle &= \sum_{m_p} \int d\xi d\vec{r}_p \Psi_f(\xi, \vec{r}_p, m_p) |Z, N - 1; \xi \rangle |p; \vec{r}_p; m_p \rangle \\ &\quad \int d\vec{r}_e \frac{\exp(i\vec{k}_e \vec{r}_e)}{\sqrt{\Omega}} |e; \vec{r}_e; m_e \rangle \int d\vec{r}_\nu \frac{\exp(i\vec{k}_\nu \vec{r}_\nu)}{\sqrt{\Omega}} |\nu; \vec{r}_\nu; m_\nu \rangle \end{aligned}$$

El electrón y el neutrino vienen descritos por ondas planas, normalizadas en el volumen  $\Omega$ . Ahora se evalúa el elemento de matriz de la interacción débil. Debido a la función  $\delta$ , las contribuciones a la integral provienen de aquellos estados en los que  $\vec{r}_n = \vec{r}_p = \vec{r}_e = \vec{r}_\nu = \vec{r}$ . Por otro lado, teniendo en cuenta la acción del operador  $\tau^-$ , se tiene  $m_p = m_n = m$ .

$$\langle i|H_w|f \rangle = G_F \int d\xi d\vec{r} \sum_m \Psi_i(\xi, \vec{r}, m)^* \Psi_f(\xi, \vec{r}, m) \frac{\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})}{\Omega}$$

Teniendo en cuenta la expresión de la interacción débil, se tiene donde  $\vec{k} = \vec{k}_e + \vec{k}_\nu$ . Para energías no muy altas,  $kr \ll 1$ , y puede expresarse  $\langle i|H_w|f \rangle = G_F M_{i,f} / \Omega$ , donde

$$M_{i,f} = \int d\xi d\vec{r} \sum_m \Psi_i(\xi, \vec{r}, m)^* \Psi_f(\xi, \vec{r}, m)$$

depende sólo de la estructura de los núcleos, y toma, como máximo, el valor 1.

Utilizando la expresión de la densidad de estados, se tiene, para la probabilidad total de emisión beta,

$$\begin{aligned} W_{i,f} &= \frac{2\pi (4\pi G_F)^2}{\hbar (2\pi\hbar c)^6} |M_{i,f}|^2 \\ &\quad \int_{m_e c^2}^{E_T} dE_e \sqrt{E_e^2 - (m_e c^2)^2} E_e (E_T - E_e)^2. \end{aligned}$$

Si queremos obtener la probabilidad de emisión de un electrón con energía entre  $E_e$  y  $E_e + dE_e$ , tenemos

$$\begin{aligned} dW_{i,f}/dE_e &= \frac{2\pi (4\pi G_F)^2}{\hbar (2\pi\hbar c)^6} |M_{i,f}|^2 \\ &\quad \sqrt{E_e^2 - (m_e c^2)^2} E_e (E_T - E_e)^2. \end{aligned}$$

que da la forma del espectro beta. Esta forma, no obstante, se ve modificada debido a la carga eléctrica del núcleo final, que interacciona con el electrón.

Las razones fundamentales del éxito de la teoría de Fermi a la hora de explicar el espectro de emisión de electrones son dos: Primero, suponer que, junto al electrón, se emite otra partícula de masa muy pequeña que no se detecta. Segundo, suponer que la interacción es de muy corto alcance, con lo cual el elemento de matriz del hamiltoniano no depende, para energías pequeñas, del momento del electrón ni del neutrino, y por tanto la forma de la probabilidad de emisión depende exclusivamente de la densidad de estados.

## 2.4 Secciones eficaces

Describen procesos en los que inicialmente hay dos partículas que colisionan, dando lugar a otras partículas, o bien a las mismas partículas incidentes moviéndose en una dirección diferente. Si consideramos que inicialmente hay un haz de partículas incidentes, denominadas proyectiles, con velocidad  $v$  que colisionan con unas partículas en reposo, denominadas blancos, la sección eficaz se define como

$$\sigma = \frac{N_c}{\Phi_p N_b}$$

donde  $N_c$  es el número de colisiones por unidad de tiempo,  $\Phi_i$  es el número de proyectiles por unidad de tiempo y unidad de area y  $N_b$  es el número de blancos. A efectos de evaluar esta expresión, vamos a considerar lo que ocurre en una pequeña celdilla de volumen  $\Omega$ . Si hubiera un proyectil y una del blanco dentro de una celdilla, se produciría una colisión con una probabilidad por unidad de tiempo dada por la regla de oro de Fermi

$$W_{if} = \frac{2\pi}{\hbar v} |\langle \Psi_i | H | \Psi_f \rangle|^2 \rho(E)$$

donde el estado inicial puede expresarse como una onda plana, normalizada en el volumen de la celdilla.

$$|\Psi_i \rangle = \int d\vec{r} \frac{\exp(i\vec{k}\vec{r})}{\sqrt{\Omega}} |p; \vec{r}; m_p \rangle |b; 0; m_p \rangle$$

En cada celdilla hay una probabilidad  $p_i$  de que haya una partícula incidente y una probabilidad  $p_b$  de que haya una partícula del blanco. El flujo medio de partículas incidentes en cada celdilla es  $\Phi_i = p_i v / \Omega$ . El número medio de partículas del blanco en cada celdilla es  $N_b = p_b$ . El número de colisiones por unidad de tiempo en cada celdilla es igual al producto de la probabilidad de que haya una partícula del proyectil y una del blanco por la probabilidad de reacción  $N_c = p_i p_b W_{if}$ . Por tanto, se tiene la relación  $\sigma = W_{i,f} \Omega / v$ , que puede expresarse, usando la regla de oro de Fermi, como

$$\sigma = \frac{2\pi\Omega}{\hbar v} |\langle \Psi_i | H | \Psi_f \rangle|^2 \rho(E)$$

Para el caso de la interacción fuerte, por ejemplo, en una colisión protón-neutrón a 100 MeV, se tiene  $\hbar v = 64 \text{ MeV fm}$ ,  $\rho(E) = 10^{-3} \text{ MeV}^{-1}$ , con lo que se tiene  $\sigma \simeq 1 \text{ fm}^2$ . Para la interacción electromagnética, por ejemplo, en una colisión electrón-protón a 100 MeV,  $\hbar v \simeq \hbar c$ ,  $\rho(E) = 7 \cdot 10^{-5} \text{ MeV}^{-1}$ , esta estimación daría  $\sigma \simeq 2 \cdot 10^{-6} \text{ fm}^2$ , aunque esta sección eficaz corresponde a las colisiones “duras” en las que el momento del electrón cambia fuertemente. Para la interacción débil, por ejemplo en un proceso neutrino- neutrón para dar electrón y protón, con 100 MeV, se obtiene  $\sigma \simeq 2 \cdot 10^{-14} \text{ fm}^2$ .

## 2.5 Problemas

1) Demostrar que la densidad de estados correspondientes a la emisión de una partícula relativista de masa  $m$  con una energía total  $E$  en un volumen  $V$  viene dada por

$$\rho(E) = \frac{4\pi V}{(2\pi\hbar c)^3} E(E^2 - m^2 c^4)^{1/2}$$

Obtener como casos límites la expresión ultrarrelativista  $E \gg mc^2$  y la no relativista  $E_c = E - mc^2 \ll mc^2$ .

2) Obtener la densidad de estados para la emisión de dos partículas relativistas a partir del decaimiento de una partícula de masa  $M(A)$  en otras dos de masas  $M(B)$  y  $M(C)$

3) Obtener la densidad de estados correspondiente al decaimiento del  $K^+$  en a)  $\pi^+ + \pi^0$ , b)  $\mu^+ + \nu$ .

Teniendo en cuenta que la vida media del  $K^+$  es  $1.2386 \cdot 10^{-8} s$ , y que el proceso a) ocurre en el 21.16 %, y el b) en el 63.51 % de los casos, obtener las probabilidades de decaimiento de los dos procesos por unidad de tiempo.

Obtener, a partir de la regla de oro de Fermi, los elementos de matriz de la interacción que generan estos decaimientos. Inferir qué interacción (fuerte, electromagnética o débil) es responsable del decaimiento.

# Lección 3

## Propiedades de las partículas elementales

### 3.1 Introducción

La descripción relativista de las interacciones implica que cada interacción lleva asociada el intercambio de una partícula, que debe ser un bosón. En el caso de la interacción electromagnética, la partícula intercambiada es el fotón. En general, el alcance de la interacción está asociada con la masa de la partícula intercambiada.

Puede demostrarse que, si una interacción entre partículas de masa  $M$ , está generada por el intercambio de una partícula de masa  $m \ll M$ , la interacción puede describirse en el límite no relativista como un potencial de la forma  $V(r) = V_0 \exp(r/\lambda)/(r/\lambda)$ , donde  $\lambda = \hbar/mc$ . Esta expresión, que se demuestra estrictamente en Teoría Cuántica de Campos, puede interpretarse de la forma siguiente. Para crear una partícula de masa  $m$ , se necesita una energía  $mc^2$ . De acuerdo con el principio de indeterminación, esta energía puede crearse durante un tiempo suficientemente corto,  $\tau = \hbar/(mc^2)$ , y durante este tiempo, la partícula puede viajar una distancia dada por  $\lambda = \tau c = \hbar/(mc)$ , que es el alcance de la interacción.

Como la interacción fuerte tiene un alcance  $\lambda \simeq 1fm$ , debe llevar asociada una partícula de masa  $mc^2 \simeq 200MeV$ . Este argumento, planteado por Yukawa, llevó a la búsqueda de partículas de masa intermedia entre el protón y el electrón. Esta búsqueda se llevó a cabo primeramente analizando los rayos cósmicos, ya que en aquellas fechas (1940-1950) no se habían desarrollado aceleradores de partículas con energía suficiente. El estudio de los rayos cósmicos se realizaba en las cámaras de niebla, en las que las partículas que componen los rayos cósmicos atraviesan un volumen con vapor de agua sobresaturado. Las partículas con carga eléctrica producían una cierta ionización del aire, lo cual provocaba la condensación del vapor de agua a lo largo de la trayectoria. Situando la cámara de niebla en campos eléctricos y magnéticos, y estudiando la curvatura de las trayectorias, podía conocerse la carga eléctrica, la energía y la masa de las partículas. Por otro lado, muchas de las partículas así detectadas eran inestables, y se descomponen en otras partículas. Estudiando la longitud de las trazas que dejaban las partículas en la cámara de niebla, podía deducirse su vida media.

La primera partícula que se detectó de esta forma fué el muón  $\mu$ , cuya masa (105.6 MeV) podía ser compatible con la de la partícula predicha por Yukawa. No obstante, se encontró que la forma en la que interactuaba con las partículas de la cámara de niebla

indicaba que no interactuaba mediante la interacción fuerte. Esto es incompatible con que fuera la partícula de Yukawa. El muón tiene carga eléctrica negativa y se comportaba a todos los efectos como un electrón de masa más grande. Por otro lado, el muón es inestable, y se descompone en un tiempo de  $2.2 \cdot 10^{-6}$  s en un electrón y dos partículas indetectables (neutrinos). El tiempo de vida del muón sugería que su decaimiento se produce por la interacción débil.

Posteriormente, se descubrió el pión, que aparecía con carga eléctrica positiva  $\pi^+$ , negativa  $\pi^-$  o neutra  $\pi^0$ . La masa del pión es de 139.6 MeV para  $\pi^+$  y  $\pi^-$ , y de 135.0 MeV para  $\pi^0$ . El pión sí interactuaba fuertemente con protones y neutrones, por lo que correspondía a la partícula de Yukawa. La vida de  $\pi^+$  y  $\pi^-$  es de  $2.6 \cdot 10^{-8}$  s, descomponiéndose principalmente en un muón (o anti-muón) y un neutrino, mediante la interacción débil. El  $\pi^0$  se descompone en dos fotones en un tiempo de  $8.4 \cdot 10^{-17}$  s, por la interacción electromagnética.

Más adelante se encontraron los kaones  $K^+$ ,  $K^-$ ,  $K^0$ ,  $\bar{K}^0$ , cuya masa es de 493.7 MeV para  $K^+$ ,  $K^-$ , y de 497.7 para  $K^0$ ,  $\bar{K}^0$ .  $K^+$  y  $K^-$  se descomponen principalmente en muón y neutrino, o en dos piones, con un tiempo de vida de  $1.2 \cdot 10^{-8}$  s, mientras que los kaones neutros decaen en dos o tres piones, con semividas de  $0.89 \cdot 10^{-10}$ s y  $5.2 \cdot 10^{-8}$ s. Estos decaimientos ocurren por la interacción débil. Nótese que resultaba paradójico que los kaones, que sienten la interacción fuerte, tal como se deduce de sus secciones eficaces, decaen en piones (que también sienten la interacción fuerte) mediante la interacción débil. Por ello, a los kaones se les consideró partículas “extrañas”.

Con masas superiores a la del protón, se encontraron partículas, llamadas hiperones. Entre estas partículas está la  $\Lambda$ , de masa 1115.7 MeV y vida  $2.6 \cdot 10^{-10}$  s, que decae principalmente en nucleón (proton o neutrón) y pión, por interacción débil. Esta es también una partícula “extraña”. La  $\Sigma^+$ , de masa 1189.4 MeV y vida  $2.6 \cdot 10^{-10}$  s, que decae principalmente en nucleón y pión, por interacción débil. La  $\Sigma^-$ , de masa 1197.4 MeV y vida  $1.5 \cdot 10^{-10}$  s, que decae principalmente en nucleón y pión, por interacción débil. La  $\Sigma^0$ , de masa 1192.6 MeV y vida  $7.4 \cdot 10^{-20}$  s, decae en  $\Lambda$  y fotón por interacción electromagnética. Las “cascadas”  $\Xi^0$ , de masa 1314.9 MeV y vida  $2.90 \cdot 10^{-10}$  s y  $\Xi^-$ , de masa 1321.3 MeV y vida  $1.60 \cdot 10^{-10}$  s, decaen en  $\Lambda$  y pión, por interacción débil.

Estas, junto con el protón, neutrón, electrón y neutrino, y sus antipartículas, eran las partículas conocidas en 1956. Posteriormente, con el advenimiento de los aceleradores, se descubrieron otras muchas partículas, por lo cual se vió la necesidad de clasificarlas.

## 3.2 Leptones

Se caracterizan porque no sienten la interacción fuerte. El electrón, el muón y el tau tienen carga eléctrica negativa. Los neutrinos tienen carga nula. Todos tienen espín 1/2, y son, por tanto, fermiones. Para cada partícula existe su antipartícula.

El momento magnético, en unidades de  $e\hbar/2m$ , es 1 en la teoría de Dirac para una partícula elemental con espín 1/2 y carga e. La desviación con respecto a 1 del valor experimental se explica, con todas sus cifras significativas, teniendo en cuenta las correcciones radiativas que aparecen en la electrodinámica cuántica. Por tanto, los leptones se consideran partículas elementales.

Los neutrinos no sienten la interacción electromagnética, porque tanto su carga como su momento magnético es cero. Solamente sienten la interacción débil. Los neutrinos tienen masa nula (ver los límites en la tabla). Por tanto, se mueven a la velocidad

de la luz. En la teoría de Dirac, se describen por espinores de dos componentes, que corresponden a tener una helicidad (proyección del espín en la dirección del movimiento) bien definida. De hecho, los neutrinos que se observan en la naturaleza tienen helicidad negativa ( $s = \vec{J} \cdot \hat{p} = -1/2$ ), mientras que los anti-neutrinos tienen helicidad positiva. La helicidad es invariante frente a transformaciones de Lorentz solamente para partículas que se mueven a la velocidad de la luz. Si los neutrinos tuvieran masa no nula, se moverían a velocidades inferiores a la de la luz, con lo cual la helicidad dependería del sistema de referencia.

Los neutrinos, al tener masa nula, son necesariamente estables. Por un lado, no hay una partícula más ligera a la que puedan decaer, y por otro lado, aunque su tiempo propio fuera finito, como se observan desde un sistema con respecto al cual se mueven a la velocidad de la luz, la dilatación del tiempo de Lorentz haría que ese tiempo apareciera como infinito. Si se encontrara una masa no nula para los neutrinos, quizás podrían observarse transiciones de un tipo de neutrino a otro.

El electrón es la partícula más ligera con carga eléctrica. La conservación de la carga eléctrica exige que el electrón sea estable.

El muón decae por interacción débil en  $e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ . Se sabe que se emiten dos neutrinos porque el electrón que aparece tiene una distribución de energías consistente con la teoría de Fermi. El proceso  $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$  no se observa experimentalmente (su probabilidad es menor que  $4.9 \cdot 10^{-11}$ ). Si este proceso fuera el más importante, nos llevaría a considerar que el muón es un estado excitado del electrón. Este no es el caso. Por contra, el valor del momento magnético del muón nos lleva a considerar que el muón es una partícula elemental.

El tau, al tener una masa relativamente grande, puede decaer, por interacción débil, en muchas combinaciones de partículas, aunque siempre se produce un  $\nu_\tau$ . Las formas más probables de decaimiento son:  $\tau \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau$  (17.4%),  $\tau \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$  (17.6%),  $\tau \rightarrow \pi^- + \nu_\tau$  (10.1%),  $\tau \rightarrow \rho^- + \nu_\tau$  (21.8%).

En los procesos de interacción débil, cuando desaparece un electrón, un muón o un tau, aparece el neutrino correspondiente. Por otro lado, también ocurren procesos (como el decaimiento beta) en los que se crea un electrón (muón o tau) y el anti-neutrino correspondiente. Ello lleva a introducir unos números cuánticos, los números leptónicos, que se conservan en la interacción débil. Estos son:

- Número leptónico electrónico ( $L_e$ ): Vale 1 para  $e^-$  y  $\nu_e$ , -1 para  $e^+$  y  $\bar{\nu}_e$ , y 0 para el resto de partículas.
- Número leptónico muónico ( $L_\mu$ ): Vale 1 para  $\mu^-$  y  $\nu_\mu$ , -1 para  $\mu^+$  y  $\bar{\nu}_\mu$ , y 0 para el resto de partículas.
- Número leptónico tauónico ( $L_\tau$ ): Vale 1 para  $\tau^-$  y  $\nu_\tau$ , -1 para  $\tau^+$  y  $\bar{\nu}_\tau$ , y 0 para el resto de partículas.

La interacción electromagnética no afecta a los neutrinos, pero puede aniquilar o producir parejas leptón-antileptón, con lo que conserva los números leptónicos.

La interacción fuerte no actúa sobre los leptones, por lo que conserva trivialmente los números leptónicos.

Hasta ahora no hay evidencias de la violación de los números leptónicos, en los experimentos de colisiones de partículas. Ello está relacionado con la masa nula de los

neutrinos. Si se encontrara que los neutrinos tienen masa no nula, podrían darse procesos, tanto más improbables cuanto menor fuera la masa de los neutrinos, de violación del número leptónico.

Existen indicios de que los neutrinos pueden cambiar de carácter, evolucionando de neutrino electrónico, a una combinación de estados de  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ . Esto es lo que se denomina como “oscilaciones de neutrinos”. Ello implicaría no sólo que los neutrinos tendrían una cierta masa, sino que habría términos del hamiltoniano que conectarían los distintos tipos de neutrinos.

Leptón (Julio 2000)	masa(MeV)	$\mu(e\hbar/2m)$	$\tau(s)$
e	0.510998902(21)	1.001159652187(4)	Estable
$\mu$	105.658357(5)	1.0011659160(6)	$2.19703 \cdot 10^{-6}$
$\tau$	1777.03(28)	1.003(55)	$2.906 \cdot 10^{-13}$
$\nu_e$	0 ( $< 3 \cdot 10^{-6}$ )	0 ( $< 1.8 \cdot 10^{-10}$ )	Estable
$\nu_\mu$	0 ( $< 0.19$ )	0 ( $< 1.5 \cdot 10^{-7}$ )	Estable
$\nu_\tau$	0 ( $< 18.2$ )	0 ( $< 1.8 \cdot 10^{-3}$ )	Estable

### 3.3 Hadrones

Sienten la interacción fuerte. Pueden dividirse en mesones (bosones, con espín entero), y bariones (fermiones, con espín semi-entero). Para describirlos se utilizan los números cuánticos siguientes:

#### 3.3.1 Número bariónico

Se introduce para justificar el hecho de que el protón sea estable, y que otras partículas (neutrón,  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ , ..) decaen al protón. Se asigna  $B=1$  al protón y a los hadrones que decaen en él,  $B=-1$  a sus antipartículas, y  $B=0$  a los hadrones que no decaen al protón. Empíricamente, se encuentra que los bariones tienen  $B=1$ , sus antipartículas (anti-bariones) tienen  $B=-1$ , y los mesones tienen todos  $B=0$ .

Hasta ahora, no hay evidencias de que se viole la conservación del número bariónico. La vida media del protón es superior a  $10^{31}$  años. Si embargo, las teorías de gran unificación predicen que el protón tiene una vida finita, aunque muy larga.

#### 3.3.2 Extrañeza

Se introduce para explicar el hecho de que algunos hadrones ( $K, \Lambda, \Sigma, \dots$ ), tengan vidas relativamente largas, lo cual implica que no decaen a otros hadrones más ligeros ( $p, \pi$ ) por la interacción fuerte o la electromagnética, sino por la débil. Por otro lado, los experimentos de la cámara de niebla indicaban que estas partículas se producen con secciones eficaces consistentes con la interacción fuerte. Esto era una aparente paradoja, ya que estas partículas “extrañas” sentían la interacción fuerte cuando eran producidas, pero no parecían sentirla cuando decaían. La solución de la paradoja surgió de la observación de que las partículas extrañas aparecen por parejas.

Se introdujo un número cuántico  $S$ , que debía ser conservado por la interacción fuerte y electromagnética, pero podía ser violado por la interacción débil.  $S$  vale cero para los hadrones “normales” ( $p, n, \pi$ ), y se le asignó el valor  $S=1$  para los kaones  $K^0$  y  $K^+$ . Debido a la conservación de  $S$  por la interacción fuerte, en los procesos de colisión entre

hadrones normales que produjeran  $K^0$  o  $K^+$ , la otra partícula extraña debe tener  $S=-1$ . Así se asignó  $S=-1$  para  $\bar{K}^0, K^-, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^-, \Sigma^0$ . Las cascadas  $\Xi^0, \Xi^-$  tienen  $S=-2$ . Las antipartículas tienen extrañeza opuesta a las partículas, para que puedan aniquilarse con ellas sin violación de  $S$ . Cuando un hadrón con extrañeza  $S$  decae, si existen otros hadrones más ligeros a los que pueda decaer conservando  $S$  (además de la carga y el número bariónico), entonces el decaimiento será rápido, pues ocurre por interacción fuerte o electromagnética (p. ej.  $\Sigma_0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ ). Si éste no es el caso, el decaimiento ocurrirá por la interacción débil, que puede cambiar la extrañeza en una unidad (en primer orden).

### 3.3.3 Partículas “estables” y resonancias.

En física de partículas se distingue entre “partículas estables” y “resonancias”. Las primeras son estables o decaen por interacción débil o electromagnética. Por ello, tienen vidas medias relativamente largas que permiten su observación directa. Las segundas decaen por interacción fuerte. Tienen vidas muy cortas, y aparecen como resonancias (máximos en la sección eficaz) en las colisiones de las partículas en las que decaen, a energías correspondientes a la masa de la partícula descrita por la resonancia. La anchura de la resonancia está relacionada con el tiempo de vida de la resonancia por  $\tau = \hbar/\Gamma$

Partículas estables (Julio 2000).

Mesones	I	S	$J^\pi$	$I_3$	Masa(MeV)	$\tau$ (s)	Deca.
$\pi^+$	1	0	$0^-$	+1	139.57018	$2.6033 \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ + \nu_\mu$
$\pi^0$	1	0	$0^-$	0	134.9766	$8.4 \cdot 10^{-17}$	$2\gamma$
$\pi^-$	1	0	$0^-$	-1	139.57018	$2.6033 \cdot 10^{-8}$	$\mu^- + \bar{\nu}_\mu$
$\eta$	0	0	$0^-$	0	547.30	$6.3 \cdot 10^{-19}$	$2\gamma$
$K^+$	1/2	1	$0^-$	1/2	493.677	$1.2386 \cdot 10^{-8}$	$\pi^+ + \pi^0, \mu^+ + \nu_\mu$
$K^0$	1/2	1	$0^-$	-1/2	497.672	$0.8935 \cdot 10^{-10}$	$2\pi, 3\pi$
$\bar{K}^0$	1/2	-1	$0^-$	1/2	497.672	$0.8935 \cdot 10^{-10}$	$2\pi, 3\pi$
$K^-$	1/2	-1	$0^-$	-1/2	493.677	$1.2386 \cdot 10^{-8}$	$\pi^- + \pi^0, \mu^- + \bar{\nu}_\mu$

Bariones	I	S	$J^\pi$	$I_3$	Masa(MeV)	$\tau$ (s)	Deca.
p	1/2	0	$1/2^+$	1/2	938.27200	Estable	-
n	1/2	0	$1/2^+$	-1/2	939.56533	886.7	$p + e + \bar{\nu}_e$
$\Lambda$	0	-1	$1/2^+$	0	1115.683	$2.632 \cdot 10^{-10}$	$N + \pi$
$\Sigma^+$	1	-1	$1/2^+$	1	1189.37	$0.8018 \cdot 10^{-10}$	$N + \pi$
$\Sigma^0$	1	-1	$1/2^+$	0	1192.642	$7.4 \cdot 10^{-20}$	$\Lambda + \gamma$
$\Sigma^-$	1	-1	$1/2^+$	-1	1197.449	$1.479 \cdot 10^{-10}$	$N + \pi$
$\Xi^0$	1/2	-2	$1/2^+$	1/2	1314.83	$2.90 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda + \pi$
$\Xi^-$	1/2	-2	$1/2^+$	-1/2	1321.31	$1.639 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda + \pi$
$\Omega^-$	0	-3	$3/2^+$	0	1672.45	$0.821 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda + K$

Resonancias (solamente algunas se muestran en la tabla):

Mesones	I	S	$J^\pi$	$I_3$	Masa(MeV)	$\Gamma$ (MeV)	Deca.
$\rho^+(770)$	1	0	$1^-$	1	769.3	150.2	$2\pi$
$\rho^0(770)$	1	0	$1^-$	0	769.3	150.2	$2\pi$
$\rho^-(770)$	1	0	$1^-$	-1	769.3	150.2	$2\pi$
$\omega(783)$	0	0	$1^-$	0	782.57	8.44	$3\pi$
$\eta'(958)$	0	0	$0^-$	0	957.78	0.202	$\eta 2\pi$
$\phi(1020)$	0	0	$1^-$	0	1019.417	4.458	$K\bar{K}$
$K^+(892)$	1/2	1	$1^-$	1/2	891.66	50.8	$K\pi$
$K^0(892)$	1/2	1	$1^-$	-1/2	896.10	50.7	$K\pi$
$\bar{K}^0(892)$	1/2	-1	$1^-$	1/2	896.10	50.7	$K\pi$
$K^-(892)$	1/2	-1	$1^-$	-1/2	891.66	50.8	$K\pi$

Bariones	I	S	$J^\pi$	$I_3$	Masa(MeV)	$\Gamma$ (MeV)	Deca.
$\Delta^{++}(1232)$	3/2	0	$3/2^+$	+3/2	1232	120	$N\pi$
$\Delta^+(1232)$	3/2	0	$3/2^+$	+1/2	1232	120	$N\pi$
$\Delta^0(1232)$	3/2	0	$3/2^+$	-1/2	1232	120	$N\pi$
$\Delta^-(1232)$	3/2	0	$3/2^+$	-3/2	1232	120	$N\pi$
$N^+(1440)$	1/2	0	$1/2^+$	+1/2	1440	350	$N\pi$
$N^0(1440)$	1/2	0	$1/2^+$	-1/2	1440	350	$N\pi$
$\Lambda(1405)$	0	-1	$1/2^-$	0	1406	50	$\Sigma\pi$
$\Sigma^+(1385)$	1	-1	$3/2^+$	1	1382.8	35.8	$\Lambda\pi$
$\Sigma^0(1385)$	1	-1	$3/2^+$	0	1383.7	36	$\Lambda\pi$
$\Sigma^-(1385)$	1	-1	$3/2^+$	-1	1387.2	39.4	$\Lambda\pi$
$\Xi^0(1530)$	1/2	-2	$3/2^+$	1/2	1531.8	9.1	$\Xi\pi$
$\Xi^-(1530)$	1/2	-2	$3/2^+$	-1/2	1535.0	9.9	$\Xi\pi$

### 3.4 Conservación de números cuánticos

En una reacción entre partículas, o en el decaimiento de una partícula, se debe conservar siempre la energía y el momento. Por ejemplo, un fotón aislado no puede crear un par  $e^-e^+$ , o viceversa. También debe conservarse el momento angular total. Ello hace que en el decaimiento de un fermión, con espín semientero, deban aparecer un número impar de fermiones, mientras que en el decaimiento de un bosón deban aparecer un número par (incluido el cero) de fermiones. Estas leyes de conservación están asociadas a la invariancia del sistema frente a transformaciones de Lorentz.

También deben conservarse siempre la carga eléctrica  $Q$ , el número bariónico  $B$ , y los números leptónicos  $L_e, L_\mu, L_\tau$ . Estas leyes de conservación son leyes empíricas, y pudiera ser que se violaran, pero con una probabilidad muy pequeña, por debajo de los límites experimentales. La conservación de la carga eléctrica tiene una consideración especial, ya que está asociada a una simetría Gauge que genera la interacción electromagnética.

Los procesos que ocurren por interacción fuerte o electromagnética conservan la extrañeza. Ello hace que la suma de los valores de  $S$  de las partículas iniciales en una reacción debe ser igual a la de las partículas finales (los leptones y los fotones se toman con  $S=0$ ). Los procesos débiles pueden cambiar (o no) la extrañeza. Se observa empíricamente que los procesos que ocurren en primer orden por la interacción débil cumplen que  $\Delta S = \pm 1, 0$ .

Formalmente, los números cuánticos aditivos están asociados a operadores que actúan en el espacio de Hilbert de los vectores estado. Por ejemplo, cuando decimos que la

partícula  $\Lambda$  tiene extrañeza  $S = -1$ , y el neutrón tiene extrañeza  $S = 0$ , eso significa que existe un operador  $\mathbf{S}$ , que cumple que  $\mathbf{S}|\Lambda; \vec{p}; m \rangle = (-1)|\Lambda; \vec{p}; m \rangle$ , mientras que  $\mathbf{S}|n; \vec{p}; m \rangle = 0|n; \vec{p}; m \rangle$ . El operador  $\mathbf{S}$  es aditivo. Esto significa que, cuando actúa sobre el vector estado de un sistema de partículas, da como autovalor la suma de las extrañezas de las partículas:  $\mathbf{S}|n, \Lambda \rangle = (-1 + 0)|n, \Lambda \rangle$ <sup>1</sup>.

Cuando un número cuántico se conserva, el hamiltoniano conmuta con el operador asociado. Así, la conservación de la carga implica que  $[H, \mathbf{Q}] = 0$ . La conservación del número bariónico implica que  $[H, \mathbf{B}] = 0$ . La extrañeza se conserva en procesos fuertes y electromagnéticos. Eso implica que el operador  $\mathbf{S}$  conmuta con el hamiltoniano fuerte  $[H_f, \mathbf{S}] = 0$  y electromagnético  $[H_{em}, \mathbf{S}] = 0$ . No obstante, el hamiltoniano débil no conmuta con  $\mathbf{S}$ :  $[H_d, \mathbf{S}] \neq 0$ . Los hadrones son autoestados de  $\mathbf{S}$  correspondientes a un autovalor  $S$ . Como el operador  $\mathbf{S}$  es aditivo, un sistema de hadrones es un autoestado de  $\mathbf{S}$  cuyo autovalor es la suma de los valores de  $S$  de los hadrones. Por ello, el hamiltoniano fuerte y el electromagnético sólo conectan estados (sistemas de partículas) con la misma extrañeza.

### 3.5 Isospín.

Se introduce a partir del hecho de que los hadrones aparecen en grupos de partículas, llamados multipletes, con masa muy parecida, y con propiedades muy similares (mismo espín, paridad, número bariónico, extrañeza), excepto que tienen carga eléctrica que varía de uno en uno. Por ejemplo, están el protón y el neutrón, los piones ( $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ ), etc.

Para describir este hecho, se definen tres operadores,  $\mathbf{I}_+$ ,  $\mathbf{I}_-$ ,  $\mathbf{I}_3$ , que cumplen las reglas de conmutación de un momento angular.  $\mathbf{I}_3$  está relacionado con la carga eléctrica, y puede escribirse como  $\mathbf{I}_3 = -Y/2 + Q/e$ , donde  $Y$  es una constante para cada multiplete llamada hipercarga, que es dos veces la carga media del multiplete. Gell-Mann y Nishijima encontraron empíricamente que la hipercarga estaba relacionada con la extrañeza y el número bariónico a través de la relación  $Y = B + S$ .

Las partículas de un multiplete son autoestados de  $\mathbf{I}_3$ . Así, para los nucleones,  $Y=1$ ,

$$\mathbf{I}_3|p \rangle = 1/2|p \rangle \quad \mathbf{I}_3|n \rangle = -1/2|n \rangle .$$

Para los piones,  $Y=0$ ,

$$\mathbf{I}_3|\pi^+ \rangle = +1|\pi^+ \rangle \quad \mathbf{I}_3|\pi^0 \rangle = 0|\pi^0 \rangle \quad \mathbf{I}_3|\pi^- \rangle = -1|\pi^- \rangle .$$

$\mathbf{I}_+$  actuando sobre una partícula, la convierte en otra de carga superior perteneciente al multiplete:  $\mathbf{I}_+|n \rangle = |p \rangle$ ,  $\mathbf{I}_+|p \rangle = 0$ .  $\mathbf{I}_-$  disminuye la carga de la partícula. Por analogía con el momento angular, todas las partículas del multiplete son autoestados del operador  $\mathbf{I}^2 = 1/2(\mathbf{I}_+\mathbf{I}_- + \mathbf{I}_-\mathbf{I}_+) + \mathbf{I}_3^2$  correspondientes a un autovalor  $I(I + 1)$ .  $I$ , que es el isospín del multiplete, está relacionado con el número de partículas en el multiplete, que es  $2I + 1$ .

La introducción del isospín permite considerar que las partículas de un multiplete son, a todos los efectos, partículas idénticas, que, además de venir caracterizadas por su función de onda orbital y su función de onda de espín, tienen una función de onda de isospín. Así, el protón es un estado del nucleón tal que su función de onda de isospín

<sup>1</sup>En la notación del vector estado, se omiten los índices asociados al movimiento y al espín, ya que no son modificados por el operador

es autoestado del operador  $\mathbf{I}_3$  correspondiente al autovalor  $I_3 = 1/2$ , y el neutrón es un estado del nucleón cuyo autovalor es  $I_3 = -1/2$ .

Si partícula A tiene unos valores del isospín y su tercera componente dados por  $I_A, I_{3A}$ , el vector estado de la partícula A puede escribirse como  $|A\rangle = |\alpha I_A I_{3A}\rangle$ , donde  $\alpha$  caracteriza los números cuánticos necesarios para caracterizar el multiplete de partículas al que pertenece A, y  $I_{3A}$  especifica qué partícula es A dentro de su multiplete, determinando su carga eléctrica. Nótese que omitimos la caracterización del momento y el espín en el vector estado, para simplificar la notación.

Como las partículas de un multiplete tienen masas parecidas, se considera que, del hamiltoniano total que describe las partículas,  $H = H_f + H_{em} + H_d$ ,  $[H_f, \vec{\mathbf{I}}] = 0$ , indicando que la interacción fuerte conmuta con todas las componentes del isospín. Esto hace que

$$\langle \alpha I_A I_{3A} | H_f | \alpha I_A I_{3A} \rangle = \langle \alpha I_A | H_f | \alpha I_A \rangle,$$

es decir, que la contribución de la interacción fuerte a la masa de las partículas no depende de  $I_{3A}$ , y por tanto es la misma para todas las partículas de un multiplete.

Por otro lado, las diferencias de masas entre las partículas de un multiplete son del orden del MeV, lo cual indica que la interacción electromagnética no conmuta con los operadores  $\mathbf{I}_\pm$ . Sin embargo, sí conmuta con  $\mathbf{I}_3$ , ya que conserva la carga eléctrica, el número bariónico y la extrañeza. La interacción débil no conserva ninguna de las componentes del isospín.

En general, si sólo existiera la interacción fuerte, los hadrones de un mismo multiplete tendrían exactamente la misma masa, y corresponderían a autoestados degenerados del hamiltoniano. La interacción electromagnética rompe esta degeneración, desdoblado las masas del multiplete en función del valor de  $I_3$ . La interacción débil tiene un efecto mínimo sobre las masas, siendo responsable de los decaimientos.

### 3.5.1 Isospín de sistemas de partículas

El isospín total de dos partículas A y B se obtiene de la forma siguiente: la partícula A tiene unos valores del isospín y su tercera componente dados por  $I_A, I_{3A}$ . Por tanto, el ket que caracteriza el estado interno de la partícula A puede escribirse como  $|A\rangle = |\alpha I_A I_{3A}\rangle$ , donde  $\alpha$  caracteriza los números cuánticos necesarios para caracterizar el multiplete de partículas al que pertenece A, y  $I_{3A}$  especifica qué partícula es A dentro de su multiplete, determinando su carga eléctrica. Análogamente,  $|B\rangle = |\beta I_B I_{3B}\rangle$ . El sistema AB puede describirse como el producto de una función de onda que describa el movimiento de A y B, por una función de onda que describa sus espines, por una función de onda interna, Esta última puede escribirse como

$$|A, B\rangle = |\alpha I_A I_{3A}, \beta I_B I_{3B}\rangle = \sum_{I_T, I_{3T}} \langle I_T, I_{3T} | I_A I_{3A}, I_B I_{3B} \rangle |\alpha I_A, \beta I_B; I_T, I_{3T}\rangle$$

Por tanto, el sistema AB viene descrito por una combinación de valores de  $I_T$  que van de  $|I_A - I_B|$  a  $I_A + I_B$ . Esta combinación viene determinada por los coeficientes de Clebsh-Gordan.

Si las partículas pertenecen al mismo multiplete de isospín, entonces los valores del isospín total quedan restringidos por la exigencia de que la función de onda debe ser simétrica frente al intercambio de todas las variables de las partículas, en el caso de bosones, y antisimétrica en el caso de fermiones.

Sea un sistema de dos partículas A y B, pertenecientes a un multiplete  $\alpha$ , con espín  $S$  e isospín  $I$ . Las partículas tienen un momento angular orbital relativo  $L$ , y un espín total  $S_T$ , y consideramos la componente de su estado en la que su isospín total es  $I_T$ . Frente al intercambio de las partículas, la función de onda orbital se modifica en un factor  $(-1)^L$ . La función de onda de espín, por las propiedades de los coeficientes de Clebsh-Gordan, se modifica en un factor  $(-1)^{(S_T-2S)}$ . La función de onda de isospín, análogamente, se modifica en un factor  $(-1)^{(I_T-2I)}$ . El producto de todos estos factores debe ser  $+1$  para bosones y  $-1$  para fermiones. Teniendo en cuenta que  $S$  es semientero para fermiones y entero para bosones, resulta que, en ambos casos, debe cumplirse que  $L + S_T + I_T - 2I$  sea par.

### 3.5.2 Conservación del isospín

Los procesos que ocurren por interacción fuerte conservan el isospín. Eso quiere decir no sólo que conservan  $I_3$ , sino que conservan el isospín total  $I$ .

Para que una partícula C pueda decaer el A y B conservando el isopín total, debe ocurrir que los isospines de A y B puedan acoplarse al de C, o sea, que  $|I_A - I_B| \leq I_C \leq (I_A + I_B)$ . Por otro lado, para que de la colisión de A y B puedan surgir las partículas C y D conservando el isospín total debe haber al menos un valor de  $I_T$  que pueda obtenerse acoplando tanto  $I_A$  e  $I_B$ , como  $I_C$  e  $I_D$ .

Los procesos que ocurren por interacción electromagnética conservan  $I_3$ , pero no conservan  $I$ . En los procesos en primer orden en la interacción electromagnética,  $\Delta I = \pm 1, 0$ . En los procesos débiles, no se conserva  $I_3$  ni  $I$ . No obstante, se encuentra que, en los procesos en primer orden en la interacción débil, si  $\Delta S = \pm 1$ ,  $\Delta I = \pm 1/2$ , y si  $\Delta S = 0$ ,  $\Delta I = \pm 1, 0$ .

### 3.5.3 Relación entre las probabilidades de decaimiento

La conservación del isospín permite relacionar las probabilidades de los procesos que ocurren por interacción fuerte entre partículas que pertenecen a multipletes determinados.

Si una resonancia C, descrita por  $|C\rangle = |\gamma I_C I_{3C}\rangle$  decae en dos hadrones A y B por interacción fuerte, la probabilidad de decaimiento por unidad de tiempo puede escribirse como

$$P(C \rightarrow A + B) = |\langle C | H_f | AB \rangle|^2 \frac{2\pi}{\hbar} \rho_{AB}(E)$$

El elemento de matriz del hamiltoniano puede expresarse usando el desarrollo del estado  $|AB\rangle$ , de forma que:

$$\langle C | H_f | AB \rangle = \sum_{I_T, I_{3T}} \langle I_T, I_{3T} | I_A I_{3A}, I_B I_{3B} \rangle \langle \gamma I_C I_{3C} | H_f | \alpha I_A, \beta I_B; I_T, I_{3T} \rangle$$

La conservación del isospín implica que  $I_C = I_T$ ,  $I_{3C} = I_{3T}$ . Por otro lado, como  $[H_f, I_\pm] = 0$ , los elementos de matriz deben ser independientes de  $I_3$ . Por tanto, resulta

$$\langle C | H_f | AB \rangle = \langle I_C, I_{3C} | I_A I_{3A}, I_B I_{3B} \rangle \langle \gamma I_C || H_f || \alpha I_A, \beta I_B; I_C \rangle$$

La doble barra es una notación que se introduce para indicar que no es necesario especificar  $I_{3C}$ , porque el elemento de matriz es independiente de él. Por otro lado, la densidad de estados depende de la energía cinética de A y B, que, a su vez, depende de las masas de A,

B y C, pues  $E_c = m(C) - m(A) - m(B)$ . Como las masas de las partículas del multiplete son muy parecidas, puede escribirse  $\rho_{AB}(E) \simeq \rho_{\alpha\beta}(E)$ , donde  $\rho_{\alpha\beta}(E)$  es una densidad de estados promedio para todas las partículas del multiplete. Por tanto, la probabilidad de decaimiento puede escribirse como:

$$P(C \rightarrow A + B) = | \langle I_C, I_{3C} | I_A I_{3A}, I_B I_{3B} \rangle |^2 | \langle \gamma I_C || H_f || \alpha I_A, \beta I_B; I_C \rangle |^2 \frac{2\pi}{\hbar} \rho_{\alpha\beta}(E)$$

Esta expresión indica que la probabilidad de decaimiento de las resonancias  $C$  de un multiplete  $\gamma$  en distintas partículas  $A$  de un multiplete  $\alpha$  y  $B$  de  $\beta$ , es proporcional al coeficiente de Clebsh-Gordan al cuadrado.

### 3.5.4 Relación entre secciones eficaces

En un proceso de colisión que ocurre por la interacción fuerte, por el cual  $A + B \rightarrow D + E$ , la sección eficaz viene dada por

$$\sigma(A + B \rightarrow D + E) = \frac{2\pi\Omega}{\hbar v} | \langle AB | H | DE \rangle |^2 \rho_{DE}(E) \quad (3.1)$$

$\rho_{DE}(E)$  depende de la energía cinética final de D y E, en su sistema centro de masas, que viene dada por  $E_c = E - m(D) - m(E)$ . Sustituyendo  $\rho_{DE}(E)$  por un promedio para las partículas del multiplete, la sección eficaz depende del cuadrado del elemento de matriz del hamiltoniano. Los estados  $|AB\rangle$  y  $|DE\rangle$  pueden desarrollarse en función de estados con isopín total  $I_T, I_{3T}$ . Los elementos de matriz del hamiltoniano son diagonales en  $I_T, I_{3T}$ , y por otro lado son independientes de  $I_{3T}$ . Por tanto, resulta

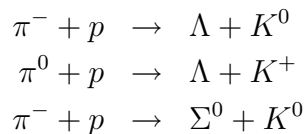
$$\begin{aligned} \langle AB | H_f | DE \rangle &= \sum_{I_T, I_{3T}} \langle I_T, I_{3T} | I_A I_{3A}, I_B I_{3B} \rangle \langle I_T, I_{3T} | I_D I_{3D}, I_E I_{3E} \rangle \\ &\quad \langle \alpha I_A, \beta I_B; I_T || H_f || \delta I_D, \epsilon I_E; I_T \rangle \end{aligned}$$

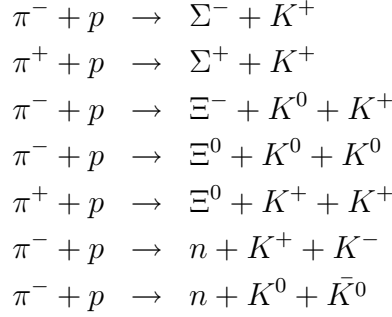
A partir del conocimiento de unos pocos elementos de matriz reducidos, correspondientes a los valores de  $I_T$  a los que pueden acoplarse tanto  $I_A$  e  $I_B$  como  $I_D$  e  $I_E$ , pueden obtenerse todas las secciones eficaces de las colisiones de partículas del multiplete  $\alpha$  con las del  $\beta$  para dar partículas del  $\delta$  y el  $\epsilon$ .

Cuando la energía total en el sistema centro de masas está cercana a la masa de una resonancia  $C$ , el proceso ocurre de forma secuencial según  $A + B \rightarrow C \rightarrow D + E$ . En este caso, la contribución correspondiente a  $I_T = I_C$  es dominante, y la sección eficaz aumenta considerablemente.

## 3.6 Problemas

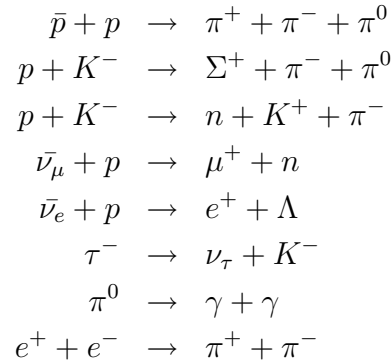
1) Considerar las siguientes reacciones, que ocurren con secciones eficaces compatibles con la interacción fuerte:





Partiendo de que, por convenio, se toma que  $S(p) = S(n) = S(\pi) = 0$ , y  $S(K^+) = 1$ , deducir los valores de la extrañeza de las otras partículas. Obtener la energía cinética mínima inicial en el sistema centro de masas para que pueda producirse la reacción en cada caso.

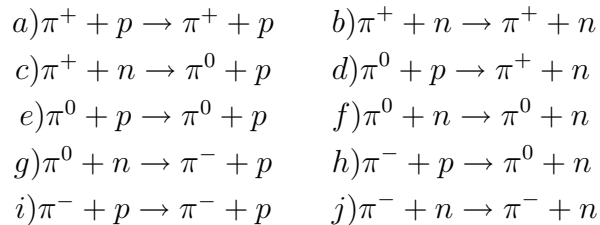
2) Considera las reacciones siguientes:



Comprobar si se conservan los numeros cuánticos aditivos relevantes. Indicar si es posible la reacción, y qué interacción (fuerte, electromagnética o debil) la produce.

3) Obtener los estados de isospín de los pares de partículas siguientes:  $\pi^+p$ ,  $\pi^+n$ ,  $\pi^0p$ ,  $\pi^0n$ ,  $\pi^-p$ ,  $\pi^-n$ . Comprobar que estos estados son ortogonales, y que forman una base de los estados  $|(\pi N)II_3\rangle$ .

4) Obtener la expresión de las secciones eficaces siguientes en terminos de los elementos de matriz reducidos relevantes. Deducir las expresiones que relacionan las secciones eficaces. Si la energía total en el sistema centro de masas es cercana a 1230 MeV (resonancia  $\Delta$ ), ¿como serían estas relaciones?



5) Obtener la expresion de las secciones eficaces siguientes en función de los elementos de matriz reducidos, y la relación entre ellos.



$$\begin{aligned} c) \pi^0 + n &\rightarrow \Lambda + K^0 & d) \pi^- + p &\rightarrow \Lambda + K^0 \\ e) \pi^- + n &\rightarrow \Lambda + K^- \end{aligned}$$

7) Obtener la función de onda de isospín de un sistema  $\pi^+\pi^-$  con un momento angular relativo L. Hacer lo propio para un sistema  $\pi^0\pi^0$  con momento angular L. ¿ Son posibles todos los valores de L?

# Lección 4

## Simetrías discretas

Un sistema tiene una simetría determinada cuando sus propiedades no se modifican cuando el sistema se somete a un conjunto de transformaciones asociadas a la simetría. Ejemplos conocidos de simetrías son la invariancia translacional, asociada a las traslaciones espaciales, la invariancia rotacional, asociada a las rotaciones, y la invariancia temporal, asociada a los desplazamientos temporales. Estas transformaciones son continuas, pues vienen determinadas por variables continuas (vector desplazamiento, ángulo de rotación, desplazamiento de tiempos). La simetría de un sistema frente a este tipo de transformaciones, lleva asociada la conservación de una magnitud del sistema. Para los casos anteriores, éstas son el momento lineal total, el momento angular total y la energía total.

No obstante, existe otro tipo de simetrías que están asociadas a transformaciones que son discretas. Estas son:

### **Invariancia frente a inversión espacial**

La transformación asociada consiste en invertir el signo de todas las coordenadas de las partículas que componen el sistema:  $\vec{r}_i \rightarrow -\vec{r}_i$ . Por extensión, supone que todos los vectores polares (como  $\vec{r}$  o  $\vec{p}$ ) cambian de signo, mientras que los vectores axiales (como  $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ ) no se modifican.

La consecuencia de la invariancia de un sistema frente a inversión espacial es que la probabilidad de un proceso de colisión es la misma de la del proceso obtenido mediante inversión espacial, es decir, cambiando de signo las posiciones y velocidades de todas las partículas participantes.

### **Invariancia frente a conjugación de carga**

La transformación asociada consiste en cambiar el signo de la carga eléctrica y de los demás números cuánticos aditivos de todas las partículas del sistema. Ello hace que todas las magnitudes derivadas de la carga (momento magnético, campo eléctrico, campo magnético, potencial vector) cambien de signo. La masa no es un número cuántico aditivo. Para un sistema relativista, viene determinada por  $m^2 = E^2 - \vec{p}^2$  y es intrínsecamente positiva. Por tanto, no se modifica por la conjugación de la carga.

La consecuencia de la invariancia de un sistema frente a conjugación de carga es que la probabilidad de un proceso de colisión que ocurre entre partículas es la misma del proceso que ocurre entre las antipartículas correspondientes.

### **Invariancia frente a inversión temporal**

Consiste en cambiar el signo del tiempo. Hace que las magnitudes derivadas (velocidad, momento lineal, momento angular) cambien de signo.

La consecuencia de la invariancia de un sistema frente a inversión temporal es que la probabilidad de un proceso de colisión es la misma del proceso inverso, en el que se cambian las partículas incidentes por las salientes.

Las transformaciones asociadas a las simetrías discretas llevan asociadas en mecánica cuántica operadores que actúan sobre los vectores estado. El operador relevante para la inversión espacial es el operador  $P$ . El operador relevante para la conjugación de carga es el operador  $C$ .

## 4.1 Inversión espacial: Operador P

La operación de inversión espacial viene descrita en mecánica cuántica por un operador  $P$ . Este operador, cuando actúa sobre el vector estado de una partícula con una posición determinada, invierte la posición de la partícula:

$$P|A; \vec{r}; m \rangle = \eta_P(A)|A; -\vec{r}; m \rangle$$

Aquí,  $\eta_P(A)$ , es la paridad intrínseca de la partícula, que puede tomar los valores  $\pm 1$ . El valor de la paridad intrínseca de una partícula está asociado con la estructura interna de dicha partícula. Este valor, en general, se determina empíricamente.

El operador  $P$  invierte el momento de las partículas:

$$P|A; \vec{p}; m \rangle = \eta_P(A)|A; -\vec{p}; m \rangle$$

Para partículas con helicidad (proyección del espín sobre el momento) definida, el operador  $P$  invierte la helicidad:

$$P|A; \vec{p}; s \rangle = \eta_P(A)|A; -\vec{p}; -s \rangle$$

Una partícula cuya función de onda  $\Phi$  tenga un momento angular bien definido también tiene una paridad bien definida:

$$P|A; \Phi, l, m_l; m_s \rangle = \eta_P(A)(-1)^l |A; \Phi, l, m_l; m_s \rangle$$

En mecánica cuántica no relativista, las partículas que constituyen un sistema cuántico (electrones en un átomo, protones y neutrones en un núcleo) no se crean ni se destruyen. Por tanto, las paridades intrínsecas de estas partículas constituyen un factor constante en la acción del operador paridad, por lo que son irrelevantes. No obstante, este no es el caso en teoría cuántica de campos, en el que se pueden crear o aniquilar partículas. Puede demostrarse que, para el caso de los fermiones, la paridad intrínseca de una partícula es opuesta a la de la antipartícula:  $\eta_P(f) = -\eta_P(\bar{f})$ . Para los bosones, sin embargo, la paridad de partícula y antipartícula coinciden  $\eta_P(b) = \eta_P(\bar{b})$ . Los fotones tienen paridad intrínseca  $\eta_P(\gamma) = -1$ .

Un sistema es invariante frente a transformaciones de paridad cuando el hamiltoniano no se modifica ante la actuación de  $P$ :  $PHP = H$ , o bien  $[P, H] = 0$ . Nótese que la invariancia frente a rotaciones implica que  $[H, \vec{J}] = 0$ . Además,  $[P, \vec{J}] = 0$ . Por tanto, si, para un sistema,  $[P, H] = 0$ , los autoestados sistema pueden caracterizarse por los números cuánticos  $J, M_J$  y por el autovalor del operador paridad, que puede tomar los valores  $\pm 1$ .

### 4.1.1 Paridad P de sistemas de dos partículas

Un sistema de dos partículas,  $A$  y  $B$ , descrito en su sistema centro de masas, viene caracterizado por la función de onda interna de cada partícula, la función de onda orbital de su movimiento relativo, y la función de onda de espín, que indica a qué espín total se acoplan las partículas. En general, el estado de movimiento relativo de las partículas puede caracterizarse por una función de onda  $\Phi$  con un momento angular orbital  $L$  relativo de las dos partículas, el espín total  $S_t$  y el momento angular total  $J$  al que se acoplan  $L$  y  $S$ , y su proyección  $M_J$ . La paridad de este estado viene dada por

$$P|A, B; \Phi, L; S_t; JM \rangle = \eta_P(A)\eta_P(B)(-1)^L|A, B; \Phi, L; S_t; JM \rangle$$

La paridad-P de un sistema fermión-antifermión es igual al producto de las paridades intrínsecas del fermión y del antifermión, que son siempre opuestas, por la del movimiento relativo, que es  $(-1)^L$ . Por tanto,  $P(f\bar{f}) = -(-1)^L$ .

La paridad-P de un sistema bosón-antibosón es igual al producto de las paridades intrínsecas del bosón y del antibosón, que son siempre iguales, por la del movimiento relativo, que es  $(-1)^L$ . Por tanto,  $P(b\bar{b}) = +(-1)^L$ .

## 4.2 Conjugación de carga: Operador C

La operación conjugación de carga viene descrita por un operador  $C$ , cuyo efecto consiste en cambiar partículas por anti-partículas. Así, no sólo se cambia el signo de la carga eléctrica, sino también el de todos los números cuánticos aditivos (número bariónico, números leptónicos, extrañeza). El operador conjugación de carga no altera a las variables orbitales o de espín de las partículas.

Para una partícula  $A$ , caracterizada por una función de onda  $\Phi$ , el efecto de  $C$  viene dado por

$$C|A; \Phi, l, m_l; m_s \rangle = \eta_C(A)|\bar{A}; \Phi, l, m_l; m_s \rangle$$

donde  $\bar{A}$  es la antipartícula de  $A$ , y  $\eta_C(A)$  puede valer  $\pm 1$ .

Para partículas con momento y helicidad definidos, la acción del operador conjugación de carga viene dado por

$$C|A; \vec{p}; s \rangle = \eta_C(A)|\bar{A}; \vec{p}; s \rangle$$

Un sistema es invariante frente a conjugación de carga cuando el hamiltoniano no se modifica ante la actuación de  $C$ :  $CHC = H$ , o bien  $[C, H] = 0$ . El operador conjugación  $C$  de carga no conmuta con el operador carga eléctrica  $Q$ , ni con los otros operadores que corresponden a números cuánticos aditivos ( $B, S, \dots$ ). Por tanto, solamente en el caso de sistemas totalmente neutros (todos sus números cuánticos aditivos cero) pueden considerarse estados con un número cuántico  $C$  (paridad C) bien definido.

### 4.2.1 Paridad C de sistemas de partículas

#### Paridad C de partículas totalmente neutras

Estas partículas, que son siempre bosones, coinciden con sus anti-partículas, y tienen, por tanto, paridad-C bien definida. En el caso del fotón, se demuestra en teoría cuántica de campos que  $\eta_C(\gamma) = -1$ . Las partículas neutras que decaen en un número par de fotones

$(\pi^0, \eta, \eta')$  tienen  $\eta_C = +1$ . Las que decaen en un número impar de fotones  $(\rho^0, \omega, \phi)$  tienen  $\eta_C = +1$ .

### Sistemas de partículas totalmente neutras

Los sistemas de estas partículas tienen paridad-C igual al producto de las paridades-C de las partículas del sistema.

Cada fotón tiene  $\eta_C(\gamma) = -1$ , independiente de su estado de movimiento. Por tanto, un sistema de  $n$  fotones tiene paridad-C  $\eta_C(n\gamma) = (-1)^n$ .

### Sistemas fermión-antifermión

Para obtener la paridad-C de un sistema fermión-antifermión, con momento angular orbital  $L$  y espín  $S_t$ , partimos de una función de onda que sea explícitamente anti-simétrica:

$$|f\bar{f}\rangle = (1-P_{12})|f, \bar{f}; \Phi, L; S_t; JM\rangle = |f, \bar{f}; \Phi, L; S_t; JM\rangle - (-1)^{L+S_t-2J_f}|f, \bar{f}; \Phi, L; S_t; JM\rangle$$

Aquí hemos utilizado las propiedades de la permutación actuando sobre las variables orbitales y de espín (ver el ejercicio 2 del tema 1). El operador  $C$  cambia  $f$  en  $\bar{f}$ , dejando las variables orbitales y de espín inmutables. Por tanto, su efecto sobre el sistema fermión-antifermión es:

$$C|f\bar{f}\rangle = -(-1)^{L+S_t-2J_f}|f\bar{f}\rangle$$

Como los fermiones tienen espín semientero,  $2J_f$  es impar, luego la paridad-C del sistema fermión-antifermión viene dada por  $(-1)^{L+S_t}$ .

### Sistemas bosón-antibosón

Los fermiones tienen siempre una anti-partícula. Los bosones pueden ser totalmente neutros, en cuyo caso coinciden con su anti-partícula, (como el fotón, el pión neutro, etc), o bien pueden tener carga eléctrica, o algún otro número cuántico, en cuyo caso el bosón y el antibosón son diferentes.

Para obtener la paridad-C de un sistema bosón-antibosón, con momento angular orbital  $L$  y espín  $S_t$ , partimos de una función de onda que sea explícitamente simétrica:

$$|b\bar{b}\rangle = (1+P_{12})|b, \bar{b}; \Phi, L; S_t; JM\rangle = |b, \bar{b}; \Phi, L; S_t; JM\rangle + (-1)^{L+S_t-2J_b}|b, \bar{b}; \Phi, L; S_t; JM\rangle$$

Aquí hemos utilizado las propiedades de la permutación actuando sobre las variables orbitales y de espín (ver el ejercicio 2 del tema 1). El operador  $C$  cambia  $b$  en  $\bar{b}$ , dejando las variables orbitales y de espín inmutables. Por tanto, su efecto sobre el sistema bosón-antibosón es:

$$C|b\bar{b}\rangle = +(-1)^{L+S_t-2J_b}|b\bar{b}\rangle$$

Como los fermiones tienen espín semientero,  $2J_b$  es impar, luego la paridad-C del sistema bosón-antibosón viene dada por  $(-1)^{L+S_t}$ .

## 4.3 Conservación y violación de las simetrías discretas

En general, la evidencia experimental de los procesos de física atómica y nuclear indican que la interacción fuerte y electromagnética conservan  $P$  y  $C$ . Ello permite relacionar la paridad- $P$  intrínseca a las partículas que se crean o se aniquilan en procesos fuertes o

electromagnéticos, así como asignar paridad-C a las partículas totalmente neutras. Si, por convenio, se toma que la paridad-P intrínseca del protón y el neutrón es +1, entonces pueden deducirse las paridades de todos los hadrones con extrañeza cero. En concreto, se encuentra que los piones tienen paridad-P -1. Del mismo modo, tomando que la paridad-P de la  $\Lambda$  es +1, se deducen las paridades de todos los hadrones con extrañeza no nula.

### 4.3.1 Violación de la paridad P y C por la interacción débil

La evidencia experimental de que la interacción débil violaba la paridad-P llegó en 1957. Wu investigó el decaimiento beta de  $^{60}\text{Co}$ , que tiene espín  $5^+$ , y decae en  $^{60}\text{Ni} + e^- + \nu$ . Introdujo los átomos de  $^{60}\text{Co}$  en un campo magnético intenso, y observó que los electrones se emitían con mayor probabilidad en la dirección del campo magnético que en la opuesta. Este hecho implica una violación de la paridad, ya que la inversión espacial invierte el momento de los electrones, pero no el campo magnético, por lo que la emisión de electrones en ambas direcciones debe tener la misma probabilidad.

Esta asimetría se explica debido a que los anti-neutrinos tienen helicidad positiva. El electrón y el neutrino se emiten con mayor probabilidad en direcciones opuestas (por la densidad de estados), pero sus espines son paralelos, y van dirigidos preferentemente en la dirección opuesta al campo magnético. Como el anti-neutrino tiene helicidad positiva, se emite en la dirección opuesta al campo magnético, por lo que el electrón se emite en la dirección del campo magnético.

El hecho de que los neutrinos tengan helicidad definida, y los antineutrinos la opuesta, implica que no pueden tener paridad intrínseca ni conjugación de carga definida. Para un neutrino con momento  $\vec{p}$  y helicidad  $s = -1/2$ , la acción de los operadores  $P$  y  $C$ ,

$$\begin{aligned} P|\nu; \vec{p}; s = -1/2 \rangle &= \eta_P |\nu; -\vec{p}; s = 1/2 \rangle \\ C|\nu; \vec{p}; s = -1/2 \rangle &= \eta_C |\bar{\nu}; \vec{p}; s = -1/2 \rangle \end{aligned}$$

produciría, respectivamente, neutrinos con helicidad positiva o antineutrinos con helicidad negativa. Como los neutrinos con helicidad positiva y los antineutrinos con helicidad positiva no existen, o al menos no se producen mediante la interacción débil, podemos concluir que la interacción débil no conserva la invariancia frente a inversión espacial ni la invariancia frente a conjugación de carga.

## 4.4 Problemas

1) Establecer cómo se transforman bajo las operaciones P, C y T las siguientes magnitudes clásicas: Posición  $\vec{r}$ , momento  $\vec{p}$ , momento angular  $\vec{L}$ , carga eléctrica  $q$ , momento dipolar eléctrico  $\vec{D}$ , momento magnético  $\vec{\mu}$ , densidad de carga  $\rho$ , densidad de corriente  $\vec{j}$ , campo eléctrico  $\vec{E}$ , campo magnético  $\vec{B}$ , potencial vector  $\vec{A}$ , potencial escalar  $V$ .

2) Demostrar que las ecuaciones de Maxwell son invariantes frente a las operaciones C, P y T:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} + \partial_t \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \partial_t \vec{E}/c^2 &= \vec{j} \end{aligned}$$

4) Obtener los valores de P, C y PC de un sistema de  $\pi^+\pi^-$  con momento angular L. Hacer lo propio para un sistema  $\pi^0\pi^0$ .

6) Obtener los valores de P, C y PC para un sistema  $e^-e^+$  con momento angular orbital L, espín S y momento angular total J. Deducir los valores de L, S y J permitidos para que el sistema  $e^-e^+$  provenga de la aniquilación de un fotón virtual.

9) Cuando un pión negativo interacciona con un deuterón, que tiene  $J=1$  y paridad positiva, se forma un “átomo piónico”, y el pión decae hasta el estado más bajo, con  $L=0$ . Entonces, reacciona por interacción fuerte con el deuterón, y se producen dos neutrones. Demostrar que, para que esto ocurra conservándose la paridad, el pión debe tener paridad intrínseca negativa. Nota: considerar la conservación del momento angular, y el carácter fermiónico de los neutrones.

# Lección 5

## Un paradigma de transición

### 5.1 Partículas: Hadrones y leptones

Tal como se ha visto en la sección anterior, las partículas que aparecen en la naturaleza pueden dividirse en leptones, que no sienten la interacción fuerte, y hadrones, que sí la sienten. Los leptones son seis (electrón, muón, tau y sus correspondientes neutrinos), y sus propiedades son consistentes con que estas partículas sean realmente elementales. Los hadrones pueden ser bariones o mesones. Existe un número muy alto (varios centenares) de hadrones, y además las propiedades de los hadrones indican que tienen una estructura interna.

### 5.2 Marco teórico: Teoría cuántica de campos

En una teoría cuántica de campos, las partículas libres y sus interacciones se describen a partir de la densidad lagrangiana  $\mathcal{L}$ . Esta densidad es una función de los campos asociados a las partículas interactuantes  $\phi(x), \psi(x), A_\mu(x)$  (que a su vez son funciones de las coordenadas y el tiempo  $x = (\vec{r}, ict)$ ) y de sus derivadas  $\partial_\mu = \partial/\partial x_\mu$ . Los campos  $\phi(x), \psi(x), A_\mu(x)$ , corresponden a operadores que crean o aniquilan partículas.

En teoría cuántica de campos, la densidad lagrangiana debe ser invariante frente a transformaciones de Lorentz. Ello es necesario para que la teoría sea plenamente consistente con la relatividad.

La forma del lagrangiano sin interacción, tomando  $\hbar = c = 1$ , es la siguiente:

**Bosones de espín 0 (mesones).**

El campo asociado a una partícula de espín cero  $\phi(x)$  es una función escalar (invariante de Lorentz) de  $x$ . La densidad lagrangiana para estas partículas viene dada por:

$$\mathcal{L} = -\partial_\mu \phi(x)^* \partial_\mu \phi(x) - m^2 \phi(x)^* \phi(x)$$

En concreto,  $\phi(x)$  aniquila mesones de espín cero, o crea sus anti-partículas, y  $\phi(x)^*$  hace lo contrario. Nótese que la densidad lagrangiana es un invariante de Lorentz

**Fermiones de espín 1/2.**

El campo asociado a una partícula de espín 1/2  $\psi(x)$  es un espinor de cuatro componentes. La densidad lagrangiana para estas partículas viene dada por:

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi}(x)(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi(x)$$

$\psi(x)$  aniquila fermiones de espín 1/2, o crea sus anti-partículas, y  $\bar{\psi}(x)$  hace lo contrario. Las matrices  $\gamma_\mu$ , con  $\mu = 1..4$  son matrices  $4 \times 4$  que actúan sobre las componentes de los espinores, y tienen la propiedad de que  $\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x)$  se comporta como un cuadvectores frente a transformaciones de Lorentz.

### Bosones de espín 1.

El campo asociado a una partícula de espín 1  $A_\mu(x)$  es un cuadvectores de cuatro componentes. La densidad lagrangiana para estas partículas viene dada por:

$$\mathcal{L} = -1/4(\partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x))^2 - 1/2m^2(A_\mu(x))^2$$

$A_\mu(x)$  aniquila o crea bosones de espín uno. El lagrangiano del campo electromagnético se obtiene poniendo  $m=0$ .

Las interacciones en teoría cuántica de campos vienen descritos por términos en la densidad lagrangiana en los que aparecen productos de campos asociados a diferentes partículas, multiplicados por unas constantes, denominadas constantes de acoplo. Estos términos deben ser necesariamente invariantes frente a transformaciones de Lorentz.

Para calcular las amplitudes de probabilidad de distintos procesos en teoría cuántica de campos, se construyen los diagramas de Feynmann correspondientes. En estos diagramas, cada partícula que interviene en la reacción se representa por una línea. Cada actuación del lagrangiano de interacción corresponde a un vértice, en el que pueden crearse o aniquilarse partículas. Las partículas iniciales, que provocan la reacción, aparecen por la parte inferior del diagrama. Las partículas finales, que se producen en la reacción, salen por la parte superior del diagrama. En el diagrama, aparecen líneas internas, que van de un vértice a otro, corresponden a las llamadas partículas virtuales, que se crean y se aniquilan durante la reacción.

En cada vértice de un diagrama de Feynmann se conserva el cuadvectores energía-momento. Para las partículas “reales”, es decir, las iniciales o las finales, se cumple la relación  $m^2 = E^2 - p^2$ . Las partículas virtuales tienen una energía y un momento definidos, pero no cumplen la relación anterior. De hecho, la magnitud  $\Delta = (m^2 - (E^2 - p^2))^{-1}$  está relacionada con el propagador de la línea interna correspondiente. El producto de las constantes de acoplo por los propagadores determinan la contribución del diagrama de Feynmann.

## 5.3 Interacciones

### 5.3.1 Interacción fuerte: Teoría mesónica

Describe la interacción de los hadrones (bariones y mesones) mediante procesos en los que se absorben, se emiten o se intercambian mesones. La forma de la densidad lagrangiana de interacción para bariones de espín 1/2 con mesones de espín 0, requerida por la invariancia de Lorentz, viene dada por

$$\mathcal{L}^f = \sum_{B,M,C} g(BM, C)\bar{\psi}_C(x)\phi_M(x)\psi_B(x)$$

donde  $g(BM, C)$  es una constante de acoplo adimensional asociada al proceso en que se aniquila un barión B y un mesón M para crear un barión C.

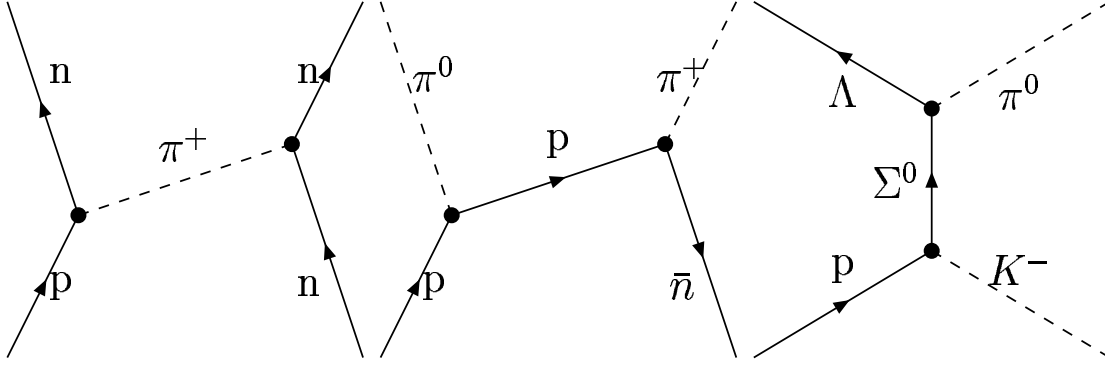


Figure 5.1: Descripción de procesos de interacción fuerte de interacción entre nucleones por intercambio de un mesón, aniquilación barión antibarión con producción de mesones, e interacción barión-mesón

Las constantes de los procesos de interacción fuerte son del orden de la unidad. La conservación de los números cuánticos aditivos hace que, si los números cuánticos de  $C$  (extrañeza, etc) no son iguales a los de  $B$  más los de  $M$ ,  $g(BM, C) = 0$ . La conservación del isospín implica que las constantes de acoplo de todas las partículas  $B, M, C$  pertenecientes a multipletes  $\beta, \mu, \gamma$  pueden expresarse en función de una única constante  $g(\beta\mu, \gamma)$  como

$$g(BM, C) = g(\beta\mu, \gamma) \langle I_B I_{3B}, I_M I_{3M} | I_C I_{3C} \rangle$$

El efecto de la interacción fuerte se describe mediante el calculo de los diagramas de Feynmann relevantes. De esta manera, puede describirse el proceso de interacción neutrón protón mediante el intercambio de piones, la dispersión pión-nucleón, el decaimiento de las resonancias delta, la aniquilación protón-antiprotón para dar piones, y otros muchos procesos.

### 5.3.2 Interacción electromagnética: Electrodinámica cuántica

Describe la interacción de partículas cargadas mediante la absorción, emisión o intercambio de fotones. La forma de la densidad lagrangiana puede expresarse como el producto de una corriente, por el campo electromagnético.

$$\mathcal{L}^{em} = eA_\mu(x)j_\mu(x)$$

La constante de acoplo  $e$ , en unidades naturales, vale  $\sqrt{4\pi/137.0359895} = 0.3028$ . La corriente electromagnética es la suma de una corriente electromagnética leptónica y una corriente electromagnética hadrónica.

$$j_\mu(x) = j_\mu^{lep}(x) + j_\mu^{had}(x)$$

La forma de la corriente electromagnética leptónica viene dada por la suma de corrientes del electrón, el muón y la tau

$$j_\mu^{lep}(x) = j_\mu^{el}(x) + j_\mu^{muon}(x) + j_\mu^{tau}(x)$$

La corriente del electrón toma la forma

$$j_\mu^{el}(x) = i\bar{\psi}_{el}(x)\gamma_\mu\psi_{el}(x)$$

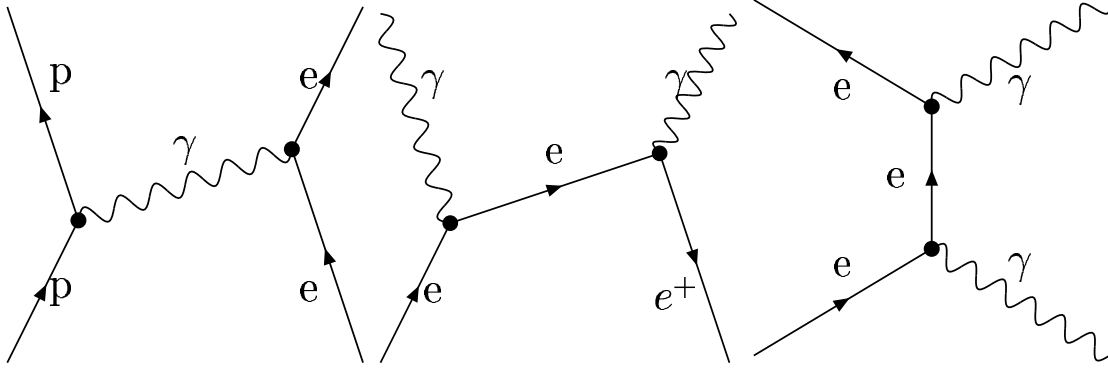


Figure 5.2: Descripción de procesos de interacción electromagnética. Interacción protón-electrón por intercambio de un fotón, aniquilación electrón positrón con producción de fotones, e interacción fotón-electrón (dispersión Compton)

y análogamente para el muón y la tau. La interpretación de estas expresiones es que la interacción electromagnética puede hacer que un leptón ( $e$ ,  $\mu$  o  $\tau$ ) absorba o emita un fotón para convertirse en un leptón del mismo tipo con energía y momento diferente. Igualmente, la interacción electromagnética puede aniquilar una pareja leptón-antileptón para crear un fotón, o viceversa.

La forma de la corriente hadrónica es más compleja. Cuando se consideran procesos en los que los bariones absorben o emiten fotones de momento bajo, entonces puede escribirse

$$j_{\mu}^{had}(x) \simeq i \sum_B \bar{\psi}_B(x) \gamma_{\mu} \psi_B(x) q_B,$$

donde  $q_B$  es la carga del barión. Este término puede interpretarse de forma análoga al caso anterior. No obstante, para energías más altas, la corriente electromagnética hadrónica puede producir procesos en los que un hadrón se convierte en otro, u otros, siempre que se conserven los números cuánticos aditivos (carga, número bariónico y extrañeza). En concreto, puede describir el proceso electromagnético  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ .

### 5.3.3 Interacción débil: Teoría del bosón vectorial intermedio

Los procesos debidos a la interacción débil se describen mediante el intercambio de unas partículas  $W^+$  y  $W^-$ , de masa  $m_W$  muy grande, lo cual provoca el corto alcance de la interacción. Estas partículas tienen espín uno, al igual que el fotón, y por ello se les llama bosones vectoriales. Estas partículas llevan dos campos conjugados,  $W_{\mu}(x)$  y  $W_{\mu}^*(x)$  tales que  $W_{\mu}(x)$  aniquila una partícula  $W^-$  o crea su antipartícula  $W^+$ , mientras que  $W_{\mu}^*(x)$  hace lo contrario.

La forma de la densidad lagrangiana puede expresarse como el producto de una corriente débil positiva por el campo  $W_{\mu}(x)$ , más el conjugado (una corriente débil negativa por  $W_{\mu}^*(x)$ ).

$$\mathcal{L}^d = \frac{g_w}{\sqrt{2}} \left( W_{\mu}(x) j_{\mu}^+(x) + W_{\mu}^*(x) j_{\mu}^-(x) \right)$$

Las corrientes débiles son la suma de una corriente débil leptónica y una corriente débil hadrónica.

$$j_{\mu}^{\pm}(x) = j_{\mu}^{\pm lep}(x) + j_{\mu}^{\pm had}(x)$$

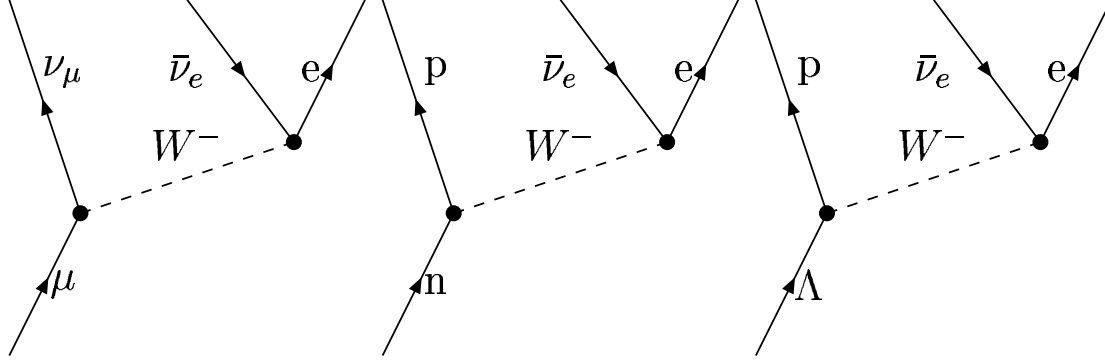


Figure 5.3: Descripción de procesos de interacción débil. Decaimiento del muón, decaimiento del neutrón y decaimiento de la lambda con cambio de extrañeza

Las corrientes débiles leptónicas son una suma de contribuciones de electrón, muón y tau.

$$j_{\mu}^{\pm lep}(x) = j_{\mu}^{\pm el}(x) + j_{\mu}^{\pm muon}(x) + j_{\mu}^{\pm tau}(x)$$

La corriente débil negativa del electrón puede expresarse como

$$j_{\mu}^{-el} = i \sum_j \bar{\psi}_e(x) \frac{1 - \gamma_5}{2} \gamma_{\mu} \psi_{\nu_e}(x)$$

La corriente es un operador que aniquila un neutrino (o crea un antineutrino) y crea un electrón (o aniquila el positrón).

La corriente débil positiva del electrón puede expresarse como

$$j_{\mu}^{+el} = i \sum_j \bar{\psi}_{\nu_e}(x) \frac{1 - \gamma_5}{2} \gamma_{\mu} \psi_e(x)$$

La corriente es un operador que aniquila un electrón (o crea un positrón) y crea un neutrino (o aniquila el antineutrino).

De forma análoga, podrían expresarse las corrientes débiles negativas y positivas del muón y tau. Las corrientes así construídas conservan los números leptónicos. La carga eléctrica se conserva ya que sólo se consideran productos de corrientes positivas con el campo  $W_{\mu}(x)$ , que crea  $W^{-}$  o aniquila  $W^{+}$ , o corrientes negativas con  $W_{\mu}(x)^*$ , que hace lo contrario.

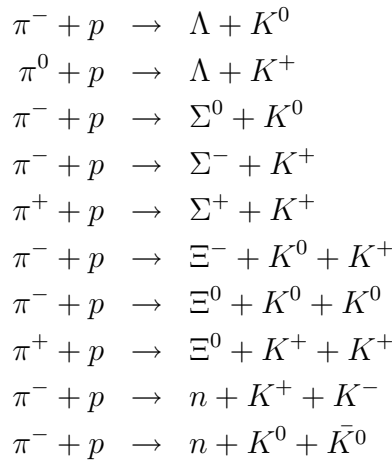
El operador  $\gamma_5$  determina la quiralidad. Sus autoestados son +1, correspondiente a quiralidad positiva, y -1, correspondiente a quiralidad negativa. El factor  $\frac{1 - \gamma_5}{2}$  hace que sólo los leptones con quiralidad negativa sientan la interacción débil. La quiralidad está relacionada con la helicidad cuando la velocidad del fermión tiende a la de la luz. Así, fermiones con quiralidad negativa corresponden a helicidad  $s = -1/2$ , y antifermiones con quiralidad positiva corresponden a helicidad  $s = +1/2$ . Ello implica que sólo los neutrinos con helicidad negativa y los antineutrinos con helicidad positiva sientan la interacción débil y, por tanto, sólo ellos pueden producirse o detectarse en procesos débiles. La presencia del factor  $\frac{1 - \gamma_5}{2}$  es la responsable de que la interacción débil viole la conservación de las paridades P y C.

Las corrientes hadrónicas débiles  $j_{\mu}^{\pm had}(x)$  son operadores que pueden aniquilar unos hadrones y crear otros, conservando el número bariónico, y aumentando o disminuyendo la carga total en una unidad. Por ejemplo, la corriente hadrónica débil positiva  $j_{\mu}^{+had}(x)$

puede aniquilar un neutrón y crear un protón, o bien aniquilar un pión negativo, o bien crear un pión positivo. Las corrientes hadrónicas débiles pueden modificar la extrañeza, pero no de forma arbitraria. La corriente positiva  $j_\mu^{+had}(x)$  puede aumentar  $S$  en una unidad, y la corriente negativa  $j_\mu^{-had}(x)$  puede disminuir  $S$  en una unidad. Por ejemplo, la corriente  $j_\mu^{+had}(x)$  puede aniquilar un  $\Lambda$  y crear un neutrón, o bien aniquilar un kaón negativo  $K^-$ , o bien crear un  $K^+$ .

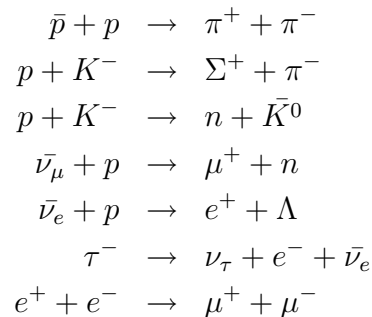
## 5.4 Problemas

1) Considerar las siguientes reacciones, que ocurren con secciones eficaces compatibles con la interacción fuerte:



Obtener los diagramas de Feynmann más simples para los procesos anteriores debidos a la interacción fuerte. Evaluar los valores de las constantes de acoplo de los vértices atendiendo a la conservación del isospín.

2) Considera las reacciones siguientes:



a) Indicar qué procesos ocurren por interacción fuerte, electromagnética y débil.

b) Obtener en cada caso el diagrama de Feynmann más simple que contribuye a la reacción, identificando la partícula virtual.

c) Obtener cuál es la energía cinética mínima de las partículas iniciales en el sistema centro de masas para que ocurra la reacción. Para este caso, obtener las energías y momentos de las partículas finales, y de la partícula virtual. Obtener el valor del propagador de la partícula virtual,

3) En unidades naturales, todas las magnitudes pueden expresarse dimensionalmente como una potencia de la energía, multiplicando o dividiendo por la potencia adecuada de  $\hbar$  y de  $c$ . Demostrar que  $[r] = E^{-1}$ ,  $[t] = E^{-1}$ ,  $[m] = E$ ,  $[p] = E$ . Demostrar que la densidad lagrangiana (lagrangiano por unidad de volumen) tiene dimensiones de  $[\mathcal{L}] = E^4$ . Deducir que las dimensiones de los campos son  $[\phi] = [A] = E$  para los campos escalares y vectoriales y  $[\psi] = E^{3/2}$  para los espinores. Comprobar que las expresiones de las densidades lagrangianas que se dan en este capítulo son dimensionalmente correctas.

4) Expresar en unidades naturales, tomando como unidad de energía el GeV, las siguientes cantidades: a) 1 fm; b)  $10^{22}$  s ; c) La constante de Fermi  $G_F = 89.62 \cdot 10^{-6} \text{ MeV fm}^3$ .

# Lección 6

## Modelo de Quarks

### 6.1 Los quarks $u, d, s$ y el modelo $SU(3)_F$ para los hadrones

Los experimentos de la cámara de niebla y de aceleradores mostraron que aparecían en la naturaleza una gran variedad de hadrones. Inmediatamente, se buscó alguna forma de ordenar sus propiedades, de manera análoga a la tabla periódica de Mendeleev. Se observó que los valores del isospín y la hipercarga de los hadrones no aparecían de manera arbitraria, sino de manera correlacionada, de forma que los hadrones (mesones y bariones) aparecían en grupos, con el mismo espín y paridad y masas similares, denominados singletes (una partícula), octetes (ocho partículas) y decupletes (diez partículas). La teoría de grupos, en concreto el grupo  $SU(3)$ , podía describir la aparición de estos singletes, decupletes y octetes, si se suponía que las partículas estaban constituidas por entes más fundamentales denominados los quarks.

La hipótesis fundamental del modelo de quarks es que existe una partícula, llamada quark, con tres estados internos o “sabores”, llamados  $u$ ,  $d$  y  $s$ , que generan la representación fundamental del grupo  $SU(3)_F$ . Estos tres estados, por tanto, son autoestados de  $I_3$  e  $Y$ , correspondiente a los autovalores mostrados en la tabla. Por la relación de  $Q/e = I_3 + Y/2$ , se tiene que los estados  $u$ ,  $d$  y  $s$  tienen carga fraccionaria.

quarks	$I_3$	I	Y	Q/e	B	S
u	1/2	1/2	1/3	2/3	1/3	0
d	-1/2	1/2	1/3	-1/3	1/3	0
s	0	0	-2/3	-1/3	1/3	-1

La antipartícula del quark, el antiquark, tiene tres estados o “sabores”,  $\bar{u}$ ,  $\bar{d}$ ,  $\bar{s}$ , cuyos números cuánticos aditivos son los opuestos a los de los estados  $u, d, s$ . En lo que sigue, se hablará de quarks  $u, d$  y  $s$ , aunque el concepto correcto es que se trata de estados o “sabores”  $u, d, s$  del quark.

En el modelo de quarks, los mesones son sistemas quark-antiquark. Por tanto, su número bariónico es 0. Los bariones están formados por tres quarks. Su número bariónico es 1. Los bariones están formados por tres antiquarks. Su número bariónico es -1.

la extrañeza de los hadrones se obtiene a partir del número de antiquarks  $\bar{s}$  ( $S=1$ ) y del de quarks  $s$  ( $S=-1$ ).

La tercera componente del isospín de los hadrones se obtiene a partir del número de quarks  $u$  ( $I_3 = 1/2$ ), y del de quarks  $d$  ( $I_3 = -1/2$ ), así como de los antiquarks respectivos.

El isospín de los hadrones se obtiene del acoplamiento de los isospines de los quarks  $u$  y  $d$  o de los antiquarks  $\bar{u}$ ,  $\bar{d}$  que los componen.

Mesones	quarks	S (Extrañeza)	$I_3$	I
$\pi^+$	$u\bar{d}$	0	+1	1
$\pi^0$	$u\bar{u}, d\bar{d}$	0	0	1
$\pi^-$	$d\bar{u}$	0	-1	1
$\eta$	$u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$	0	0	0
$K^+$	$u\bar{s}$	+1	+1/2	1/2
$K^0$	$d\bar{s}$	+1	-1/2	1/2
$\bar{K}^0$	$s\bar{d}$	-1	+1/2	1/2
$K^-$	$s\bar{u}$	-1	-1/2	1/2

Bariones	quarks	S (Extrañeza)	$I_3$	I
$p$	$uud$	0	+1/2	1/2
$n$	$udd$	0	-1/2	1/2
$\Sigma^+$	$uus$	-1	+1	1
$\Sigma^0$	$uds$	-1	0	1
$\Sigma^-$	$dds$	-1	-1	1
$\Lambda$	$uds$	-1	0	0
$\Xi^0$	$uss$	-2	+1/2	1/2
$\Xi^-$	$dss$	-2	-1/2	1/2
$\Delta^{++}$	$uuu$	0	+3/2	3/2
$\Delta^+$	$uud$	0	+1/2	3/2
$\Delta^0$	$udd$	0	-1/2	3/2
$\Delta^-$	$ddd$	0	-3/2	3/2
$\Omega$	$sss$	-3	0	0

### 6.1.1 Propiedades de los hadrones en el modelo de quarks

Los quarks, si realmente corresponden a partículas físicas, deben ser fermiones, ya que tres de ellos forman un fermión, y una pareja quark-antiquark forma un bosón. Por tanto, para los tres quarks que forman un barión, su función de onda debe ser totalmente antisimétrica frente al intercambio de cualquier pareja de quarks. Intercambiar los quarks es equivalente a intercambiar todas sus variables. Éstas son, en principio, las variables orbitales, las de espín y las de sabor.

La función de onda de un hadrón (barión o mesón) puede caracterizarse a partir del producto de una función de onda orbital, por una función de onda de espín, por una función de onda de sabor.

La función de onda orbital caracteriza el movimiento de los quarks dentro del hadrón. Esta función viene descrita por un momento angular orbital  $L$ , que corresponde, en el caso de los bariones, al momento angular orbital de los 3 quarks, y en el caso de los mesones, al momento angular relativo quark-antiquark. Para los hadrones de energía más baja (que son todos los que hemos visto en las tablas) se cumple que  $L = 0$ . No obstante, existen resonancias que tienen valores de  $L \neq 0$ . La paridad del movimiento relativo, para el caso de los mesones, corresponde a  $(-1)^L$ . Para el caso de los bariones de energía más baja, con  $L = 0$ , la paridad del movimiento relativo es +1, y la función de onda orbital es totalmente simétrica frente al intercambio cualquier pareja de quarks.

La función de onda de espín caracteriza el estado de espín de los quarks que constituyen el hadrón. Esta función viene descrita por el espín total al que se acoplan los espines de

los quarks. Se considera que el espín de cada quark es  $s = 1/2$ , por analogía con los leptones. En un mesón, el espín del quark y el del antiquark pueden acoplarse a  $S = 0$  o a  $S = 1$ . En un barión, los tres espines de los quarks pueden acoplarse a  $S = 1/2$  o a  $S = 3/2$ . Para el caso de  $S = 3/2$ , la función de onda de espín es totalmente simétrica.

La función de onda de sabor caracteriza el tipo de quarks ( $u, d, s$ ) que constituyen el hadrón. La función de onda de sabor viene caracterizada por el isospín y la extrañeza del hadrón. El isospín del hadrón se obtiene acoplando los isospines de los quarks, teniendo en cuenta que el isospín de  $u, d, \bar{u}, \bar{d}$  es  $I = 1/2$  y el isospín de  $s, \bar{s}$  es  $I = 0$ . Para los bariones formados por el mismo tipo de quarks, como el  $\Omega^-$ , la función de onda de sabor es totalmente simétrica.

Los mesones pseudoescalares se caracterizan por que tienen momento angular  $J = 0$  y paridad negativa. Son los piones, los kaones y los mesones neutros  $\eta$  y  $\eta'$ . La función de onda orbital y de espín de todos los mesones pseudoescalares es la misma, y viene dada en la tabla. Los mesones vectoriales tienen  $J = 1$  y paridad negativa. Son los mesones  $\rho$ , las resonancias de los kaones  $K^*$ , y los mesones neutros  $\omega, \phi$ . Nótese que la paridad de los mesones viene dada por el producto de la paridad orbital  $(-1)^L$  por la paridad intrínseca, que es  $-1$  para un sistema fermión-antifermión. Además, los mesones totalmente neutros tienen una paridad-C bien definida, que viene dada por  $(-1)^{(L+S)}$ , que vale  $+1$  para los mesones pseudoescalares neutros y  $-1$  para los mesones vectoriales neutros.

Los bariones pueden que aparecen a energía más bajas ( $p, n, \Sigma, \Lambda, \Xi$ ) forman una estructura denominada octete. Sus funciones de onda orbitales y de espín son idénticas, y vienen dadas en la tabla. Lo mismo ocurre para las partículas del decuplete ( $\Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega$ ).

Hadrones	L	S (Espín)	J	P
Mesones Pseudoescalares	0	0	0	-1
Mesones Vectoriales	0	1	1	-1
Bariones del Octete	0	1/2	1/2	+1
Bariones del Decuplete	0	3/2	3/2	+1

## 6.1.2 Color de los quarks

Si consideramos las variables orbitales, de espín y de sabor, la función de onda del decuplete es totalmente simétrica. Por tanto, aparentemente, no se cumpliría el principio de Pauli.

Para resolver estas paradoja, se introduce un nuevo grado de libertad, el color. Existen tres estados de color para los quarks, llamados  $r, v, a$ . Se exige que en los bariones, la función de onda de color debe ser totalmente antisimétrica frente al intercambio de los colores de los quarks. La función de onda de color de un barión cualquiera viene dada por

$$|\Psi_c(B)\rangle = A_{123}|rva\rangle = (|rva\rangle - |rav\rangle + |var\rangle - |vra\rangle + |arv\rangle - |avr\rangle)/\sqrt{6}$$

Así, para caracterizar la función de onda de los quarks en los bariones, hay que especificar la función de onda orbital, de espín, de sabor y de color. Por tanto, para las permutaciones de todas las variables, la función de onda de los quarks en el decuplete es totalmente antisimétrica, y es, por tanto, consistente con el principio de Pauli.

Para el octete, ocurre que las funciones de onda de espín y de sabor se combinan para dar una función totalmente simétrica frente al intercambio simultaneo de variables de espín y de sabor. Como la función de onda orbital es simétrica y la de color es antisimétrica, la función de onda total es antisimétrica.

Los antiquarks tienen unos estados de color caracterizados por  $\bar{r}, \bar{v}, \bar{a}$ . En el caso de los mesones, la función de onda de color viene dada por

$$|\Psi_c(M)\rangle = (|r\bar{r}\rangle + |v\bar{v}\rangle + |a\bar{a}\rangle)/\sqrt{3}$$

### 6.1.3 Masas de los quarks

Los quarks no se han encontrado nunca aislados, y hay razones teóricas profundas para que esto sea así. Es lo que se denomina el confinamiento. Por ello, no puede medirse directamente la masa de los quarks.

Puede hacerse una primera estimación de la masa de los quarks considerando que la masa de un hadrón se obtiene como la suma de las masas de los quarks que los constituyen. Las masas así obtenidas incluirían el efecto de la interacción y de la energía cinética de los quarks dentro del hadrón. Se denominan **masas constituyentes**, y dependen no sólo del quark, sino del hadrón en que el quark se encuentre inmerso. Según esta estimación, la masa de los quarks  $u$  y  $d$ , para los bariones sería  $m(u, d) \simeq 0.3\text{GeV}$ , y para el quark  $s$  sería  $m(s) \simeq 0.5\text{ GeV}$ . No obstante, para los mesones pseudoescalares la masa de los quarks  $u$  y  $d$  sería  $m(u, d) \simeq 0.07\text{ GeV}$  y para el quark  $s$   $m(s) \simeq 0.4\text{ GeV}$ .

Las **masas corrientes** pueden obtenerse sustrayendo el efecto de la energía cinética y de la interacción entre quarks en las masas de los hadrones. Este procedimiento da un valor para la masa que es dependiente del modelo, y es tanto más impreciso cuanto menor sea la masa del quark. Así, se obtiene:

	Carga	Masa(GeV)
u	2/3	0.0015-0.005
d	-1/3	0.002-0.006
s	-1/3	0.060-0.170
c	2/3	1.1-1.4
b	-1/3	4.1-4.4
t	2/3	$174.3 \pm 5.1$

### 6.1.4 Momento magnético

Como vimos en el caso de los leptones, el momento magnético es un criterio adecuado para considerar si una partícula es elemental. Si los quarks son realmente elementales y tienen  $s=1/2$ , su momento magnético viene determinado por la ecuación de Dirac

$$\mu(q) = \langle q, + | \mu_z | q, + \rangle = Z(q)e\hbar/2m(q)c.$$

Usaremos la notación  $|q, +\rangle$  para caracterizar que tenemos un quark de tipo  $q$  con un estado de espín dado por  $s = 1/2, m = 1/2$ . Podemos estimar que la masa de los quarks  $u$  y  $d$ , dentro de un barión vienen dadas por  $m_u = m_d = m_p/3$ . La masa del quark  $s$  es superior, y puede estimarse como  $m_s = 5/9m_p$ . En unidades del magnetón nuclear  $\mu_N = e\hbar/2m_p c$ , tenemos que  $\mu(u) = 2\mu_N$ ,  $\mu(d) = -\mu_N$  y  $\mu(s) = -3/5\mu_N$ . A partir de estos valores, pueden calcularse los momentos magnéticos de algunos hadrones.

Para calcular el momento magnético de un sistema de partículas (quarks en nuestro caso), hay que considerar la contribución del momento angular orbital y del momento angular intrínseco de cada partícula. Para los bariones del octete con  $J = 1/2^+$ , y para los del decuplete con  $J = 3/2^+$ , y para los mesones pseudoescalares y vectoriales, el

momento angular orbital es cero, por lo que  $S = J$  y sólo hay que considerar el momento angular intrínseco de los quarks. Por tanto, el momento magnético del sistema  $A$  (barión o mesón), viene dado por:

$$\mu(A) = \langle A; J, M = J | \mu_z | A; J, M = J \rangle = \langle A; S, M = S | \sum_i \mu_z(i) | A; S, M = S \rangle$$

donde la suma está extendida a los tres quarks, en el caso de bariones, y al quark y al antiquark en el caso de mesones. Para calcular  $\mu(A)$  es necesario conocer el desarrollo de la función de onda en términos de funciones en las que los quarks  $u$ ,  $d$  y  $s$  (o los anti-quarks correspondientes) tienen proyecciones definidas de su espín en torno al eje  $z$ .

Una vez efectuado este desarrollo, puede evaluarse el momento magnético ya que, para cada quark,  $\langle q, + | \mu_z | q, + \rangle = \mu(q)$ . Los antiquarks tienen momento magnético opuesto a los quarks, por tanto  $\langle \bar{q}, + | \mu_z | \bar{q}, + \rangle = -\mu(q)$ . Por otro lado, por el teorema de Wigner-Eckart,  $\langle q, - | \mu_z | q, - \rangle = -\mu(q)$ .

Los bariones del decuplete tienen  $J = 3/2^-$ . Son sistemas de tres quarks con  $L = 0$  y  $S = 3/2$ . El momento magnético viene dado por el momento angular de espín de los quarks. En el caso de la  $\Omega^-$ , se tiene que la función de onda de espín-sabor viene dada por:

$$|\Omega^-; 3/2, 3/2 \rangle = |s, + \rangle |s, + \rangle |s, + \rangle$$

Por tanto,

$$\mu(\Omega^-) = \mu(s) + \mu(s) + \mu(s) = -1.8\mu_N$$

que está en buen acuerdo con el valor experimental de  $-1.94 \pm 0.22\mu_N$ .

En el caso del octete, los bariones tienen  $S = 1/2$ . Existe una correlación entre las variables de espín y las de sabor, de forma que la función de onda debe ser simétrica frente al intercambio simultáneo de las variables de espín y sabor. Para el caso del protón, ello hace que los espines de los dos quarks  $u$ , cuya función de onda de sabor es obviamente simétrica, deben acoplarse a  $S_{uu} = 1$ , para que la función de onda de espín sea también simétrica. Éste se acopla al momento angular del quark  $d$  para dar momento angular total  $S = 1/2$ . Por tanto, se tiene que la función de onda de espín-sabor es

$$|p; 1/2, 1/2 \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |uu; 1, 1 \rangle |d, - \rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |uu; 1, 0 \rangle |d, + \rangle$$

Desarrollando este estado, se tiene

$$|p; 1/2, 1/2 \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |u, + \rangle |u, + \rangle |d, - \rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |u, + \rangle |u, - \rangle |d, + \rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |u, - \rangle |u, + \rangle |d, + \rangle$$

A partir de esto, se obtiene

$$\mu(p) = 2/3(\mu(u) + \mu(u) - \mu(d)) + 1/3(\mu_u - \mu_u + \mu_d) = 3\mu_N$$

en buen acuerdo con el valor experimental de  $2.7928\mu_N$ , dada la crudeza del modelo. El caso del neutrón se obtiene cambiando  $u$  por  $d$ , y se tiene

$$\mu(n) = 2/3(\mu(d) + \mu(d) - \mu(u)) + 1/3(\mu_d - \mu_d + \mu_u) = -2\mu_N$$

de acuerdo con el valor experimental de  $-1.9130\mu_N$ .

## 6.2 Quarks pesados

### 6.2.1 Quark $c$

El quark  $c$ , fué predicho teóricamente por Cabibbo, como veremos más adelante. Fué descubierto experimentalmente en 1974, simultáneamente en colisiones  $e^-e^+$  en SLAC (Stanford) y en colisiones  $p + Be \rightarrow e^+ + e^- + X$  en BNL (Brookhaven). A una energía del  $e^+e^-$  de 3097 MeV, aparecía una resonancia muy estrecha, cuya anchura era de 63 keV. Esta anchura sólo podía deberse a una nueva partícula, llamada  $J/\psi$ , que decae por interacción electromagnética. De hecho, corresponde a un sistema  $c\bar{c}$  con  $J = 1^-$ . Posteriormente, se descubrieron otras partículas con el quark  $c$ : los mesones  $D^+(c\bar{d})$  y  $D^-(d\bar{c})$ , de masa 1869.4 MeV, y  $D^0(c\bar{u})$  y  $\bar{D}^0(u\bar{c})$ , de masa 1864.6 MeV, y el barión  $\Lambda_c^+(udc)$ , de masa 2285.1 MeV, que decaen por interacción débil, y muchas otras partículas.

### 6.2.2 Quark $b$

El quark  $b$  no resultó inesperado, ya que previamente, en 1975, se había descubierto el leptón  $\tau$ . Por tanto, si había tres familias de leptones, no era raro que hubiera tres familias de quarks. Su descubrimiento se hizo en 1977 al encontrar resonancias en las colisiones  $p + Be, Cu, Pt \rightarrow \mu^+ + \mu^- + X$  en Fermilab (Chicago), posteriormente confirmadas en experimentos  $e^+e^-$  en Doris (Hamburgo). Estas resonancias se debían a una partícula  $\Upsilon$ , de masa 9.46 GeV y anchura 42 KeV, que decae por interacción electromagnética. De hecho, corresponde a un sistema  $c\bar{c}$  con  $J = 1^-$ . Posteriormente, se descubrieron otras partículas con el quark  $b$ : los mesones  $B^+(u\bar{b})$  y  $B^-(b\bar{u})$ , de masa 5278.4 MeV, y  $B^0(d\bar{b})$  y  $\bar{B}^0(b\bar{d})$ , de masa 5279.0 MeV, y el barión  $\Lambda_b^0(udb)$ , de masa 5641 MeV, que decaen por interacción débil, y muchas otras partículas.

### 6.2.3 Quark $t$

El quark  $t$  ha sido descubierto recientemente (1995) en FermiLab, en procesos de colisión  $p\bar{p}$ . No se observó directamente como una resonancia, ya que las partículas compuestas por el quark  $t$  tienen una vida extremadamente corta. Lo que se observaron eran ciertos eventos que generaban chorros de partículas que se considera que están originadas por el quark  $t$ . A partir de estos chorros de partículas, se deduce que la masa del quark  $t$  es  $174.3 \pm 5.1$  GeV (1999).

## 6.3 Las interacciones descritas en el modelo de quarks

Una vez que los hadrones se describen como sistemas de tres quarks, o de un quark y un antiquark, las interacciones en las que intervienen hadrones deben ser descritas en términos de interacciones entre los quarks que los constituyen. En esta sección describiremos de forma cualitativa las interacciones entre los quarks.

### 6.3.1 Interacción fuerte

La interacción fuerte entre hadrones se describe mediante procesos en los que se crean o aniquilan mesones. Como tanto los mesones como los bariones están compuestos de

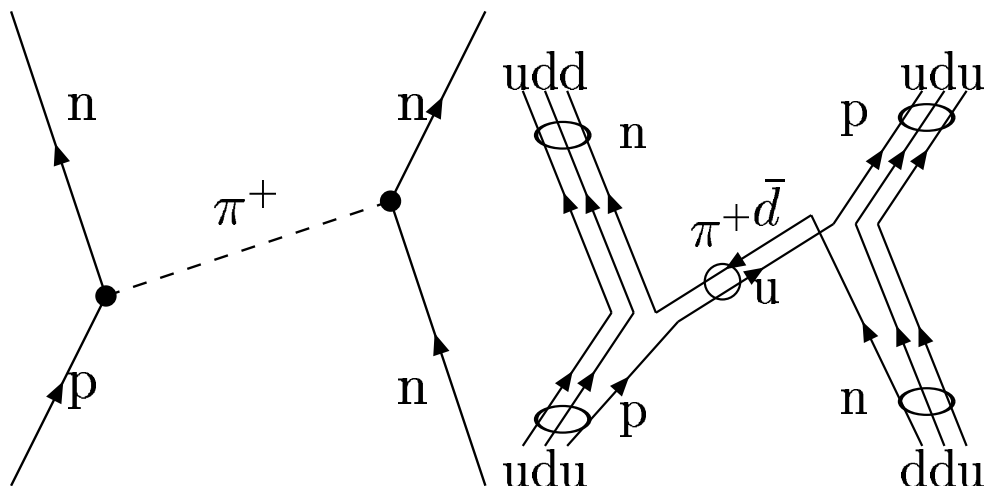


Figure 6.1: Descripción de la interacción fuerte en términos de quarks

quarks, los procesos de interacción fuerte pueden ser descritos como procesos en los que los hadrones interactuantes intercambian quarks, o en los que se crean o aniquilan parejas quark-antiquark. Un ejemplo se indica en la figura.

La interacción fuerte entre los hadrones es un reflejo, o un residuo, de las interacciones que existen entre los quarks. La relación que existe entre la interacción fuerte entre hadrones y la interacción entre los quarks que los componen es similar a la relación que existe entre la interacción de Van der Waals entre átomos neutros y la interacción electromagnética entre los electrones y los núcleos que los componen. Los átomos neutros están formados de electrones y núcleos. La interacción electromagnética liga fuertemente a los electrones y al núcleo formando un átomo neutro. En principio, no existe interacción electromagnética entre dos átomos neutros. No obstante, hay efectos de polarización que provocan la interacción entre átomos, como un residuo de la interacción electromagnética.

Algo análogo ocurre para los hadrones. Los quarks que forman los hadrones están fuertemente ligados entre sí. En principio, dos hadrones no interactuarían entre sí mediante las interacciones propias de los quarks. No obstante, existen efectos de distorsión o polarización que pueden producir la creación o aniquilación de mesones (parejas quark-antiquark), que dan lugar a la interacción fuerte.

### Interacción de color.

Los quarks interactúan entre ellos como resultado de su carga de color. De la misma forma que la interacción electromagnética está asociada a la carga eléctrica, la interacción entre quarks está asociada a su color.

En la interacción electromagnética, cargas del mismo signo se repelen mientras que las cargas de distinto signo se atraen. En la interacción de color, las combinaciones de quarks simétricas frente al intercambio de colores se repelen, mientras que las combinaciones antisimétricas se atraen. Ello hace que los hadrones sean siempre combinaciones antisimétricas de colores.

La interacción de color se debe al intercambio de ocho partículas, denominadas gluones. Los gluones pueden ser absorbidos o emitidos por cualquier partícula que tenga la propiedad del color. Ello incluye los quarks, los antiquarks y los propios gluones. Cuando un quark absorbe o emite un gluón, puede modificar su color. No obstante, los gluones

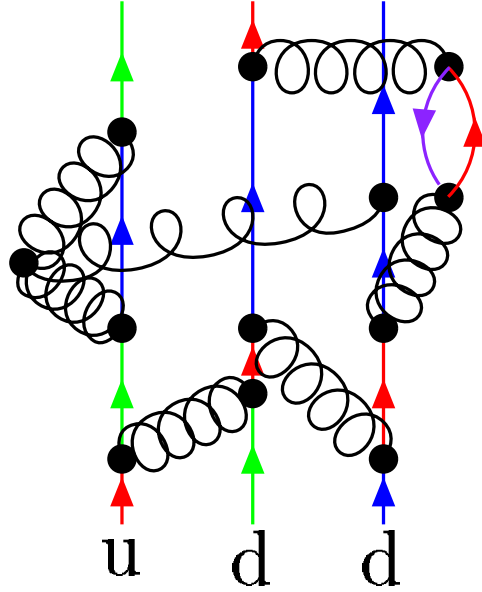


Figure 6.2: Descripción de un protón en términos de quarks y gluones.

no modifican el sabor de los quarks.

Los gluones tienen carga de color, por lo que interactúan entre sí, y producen que la interacción aumente con la distancia entre quarks. Esto provoca el confinamiento de los quarks, que deben aparecer siempre como bariones o como mesones.

### 6.3.2 Interacción electromagnética.

La interacción electromagnética entre quarks es básicamente igual a la interacción electromagnética entre hadrones, en la que simplemente hay que considerar el valor fraccionario de la carga de los quarks. Cada quark o antiquark puede acoplarse al campo electromagnético, con una intensidad de acoplamiento que depende de la carga del quark.

La contribución al diagrama de Feynmann de cualquier proceso electromagnético en el que intervinieran hadrones puede evaluarse sumando las amplitudes en las que el fotón es absorbido o emitido por cada uno de los quarks que forman el hadrón. Para ello, habría que conocer la descripción de los hadrones en términos de quarks. El modelo de quarks permite, en principio, calcular el decaimiento de  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  como un proceso de aniquilación quark-antiquark, o el decaimiento de  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$  como una transición en la que los espines de los quarks  $u$  y  $d$  pasan de estar acoplados a  $J = 1$  en la  $\Sigma^0$  a estar acoplados a  $J = 0$  en la  $\Lambda$ .

### 6.3.3 Interacción débil. Ángulo de Cabibbo. Matriz CKM.

Los procesos de interacción débil pueden describirse en el modelo de quarks mediante diagramas de Feynmann en los que los quarks cambian su sabor, produciendo o emitiendo los bosones  $W^\pm$ .

Para los hadrones ligeros, los procesos relevantes son los que conectan los quarks  $u$ ,  $d$  y  $s$ . Los procesos en los que un quark  $s$  se convierte en un quark  $u$ , o viceversa, cambian la extrañeza. La constante de acoplo para estos procesos puede expresarse como  $g_w/\sqrt{2}\sin(\theta_c)$ , donde  $\theta_c$  es el ángulo de Cabibbo. Los procesos en los que un quark

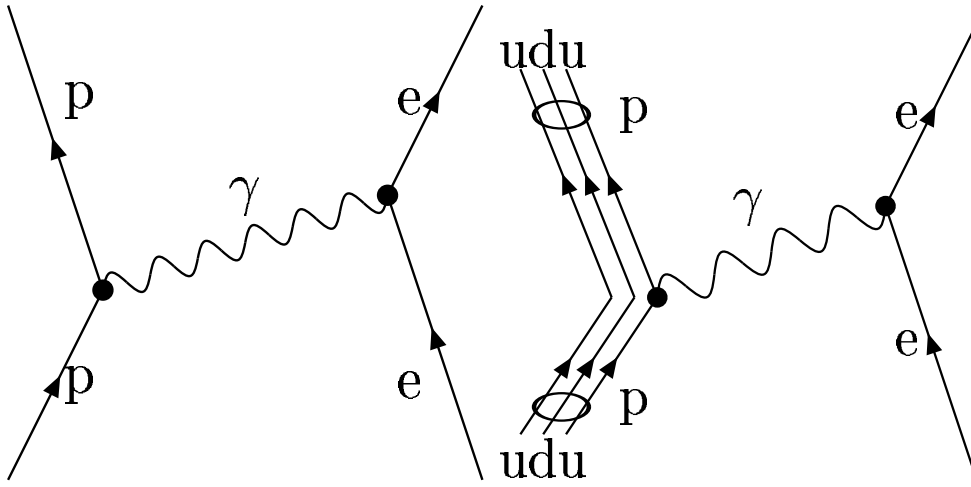


Figure 6.3: Interacción electromagnética entre un protón y un electrón, descrita en términos de las interacciones de los quarks

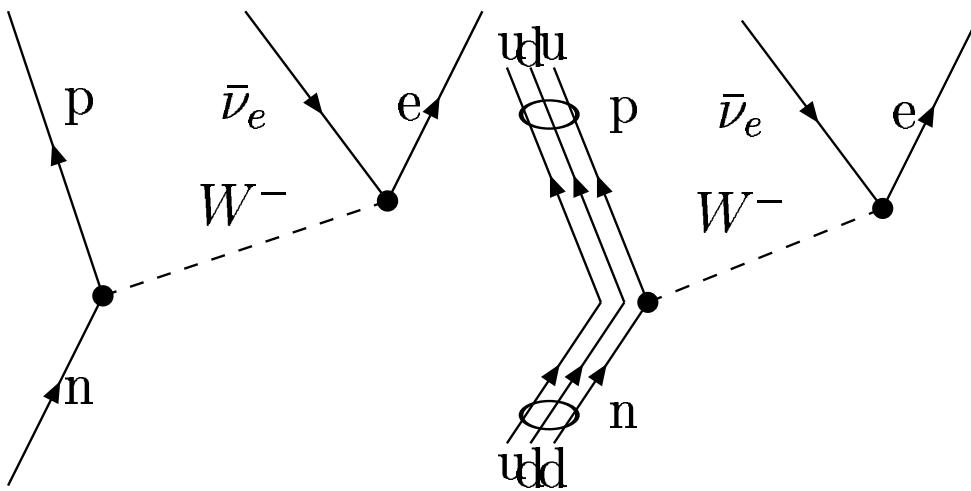


Figure 6.4: Interacción débil descrita en términos de hadrones y leptones, y en términos de quarks y leptones

$d$  se convierte en un quark  $u$ , o viceversa, no cambian la extrañeza. La constante de acoplo para estos procesos puede expresarse como  $g_w/\sqrt{2}\cos(\theta_c)$ . Como el quark  $u$  se conecta mediante la interacción débil con una combinación de los quarks  $d$  y  $s$ , dada por  $\cos(\theta_c)d + \sin(\theta_c)s$ , Cabibbo dedujo que debería existir otro quark de carga  $2/3$  que se conectara con la combinación ortogonal  $-\sin(\theta_c)d + \cos(\theta_c)s$ . Esto llevó a la predicción del quark  $c$ .

Los procesos de interacción débil conectan los quarks ligeros con los quarks pesados  $c$ ,  $b$  y  $t$ . Para describir este acoplamiento, se definen unos estados  $d', s', b'$ , que estarían acoplados exclusivamente con los estados de sabor  $u, d, s$ . Los estados  $d', s', b'$  son una combinación de los estados de sabor  $d, s, b$ , dadas por la matriz CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa), dada por

$$\begin{aligned}d' &= V_{ud}d + V_{us}s + V_{ub}b \\s' &= V_{cd}d + V_{cs}s + V_{cb}b \\b' &= V_{td}d + V_{ts}s + V_{tb}b\end{aligned}$$

Los términos diagonales de la matriz CKM son dominantes. Ello implica que la interacción débil conecta principalmente al quark  $u$  con el  $d$ , al quark  $c$  con el  $s$  y al quark  $t$  con el  $b$ . No obstante, existen términos no diagonales, que son responsables de que los quarks vayan decayendo para acabar en quarks  $u$  y  $d$ , que son los componentes de la materia ordinaria.

La matriz CKM es unitaria, y puede expresarse en términos de cuatro parámetros. Uno de estos parámetros es el ángulo de Cabibbo, que vale  $\sin\theta_C = 0.220(3) \simeq V_{us}$ .

La interacción débil queda totalmente determinada por el valor de la constante de acoplo de la interacción débil  $g_w$ , la masa de los bosones  $W^\pm$ , y los cuatro parámetros que determinan la matriz CKM.

## 6.4 Evidencias experimentales de los quarks

Los quarks no se han detectado nunca aislados, y existen argumentos teóricos para que esto sea así. Es el llamado “confinamiento”, que hace que cualquier combinación de colores, diferente de la totalmente antisimétrica, tenga una energía infinita. No obstante, existen evidencias experimentales indirectas, basadas en colisiones de leptones a alta energía, que avalan su existencia.

### 6.4.1 Experimentos de análisis

Son experimentos en los que se dispersa una partícula muy energética con energía  $E$ , típicamente un electrón, por un protón o un neutrón. Se observa el electrón saliente con energía  $E' < E$ , y a partir de éste se infiere la energía y el momento que se ha transferido al nucleón. Este proceso se analiza considerando que el nucleón está compuesto por una serie de fragmentos (partones) que interactúan individualmente con el electrón. El objetivo del análisis es obtener las propiedades de estos partones, y su distribución de momentos dentro del nucleón.

Los experimentos de dispersión de electrones indican que los partones que constituyen los protones y neutrones son partículas elementales, sin estructura interna, y tienen espín  $1/2$ .

Los experimentos de dispersión de electrones no son capaces de determinar si el partón corresponde a un quark o a un antiquark, ya que las secciones eficaces dependen del cuadrado de la carga eléctrica. No obstante, la dispersión de neutrinos para dar leptones sí permite esa diferenciación, ya que, por ejemplo, puede ocurrir  $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- u$  pero no  $\nu_\mu \bar{d} \rightarrow \mu^- \bar{u}$ . Del análisis de estos experimentos se encuentra que para valores del momento pequeños, existen en los nucleones una fracción importante de antiquarks, pero para valores del momento grandes predominan los quarks. Puede evaluarse una regla de suma, que corresponde a la integral para todos los valores del momento, que indica que el número de quarks menos el número de antiquarks es consistente con 3 (Dos medidas dieron  $3.2 \pm 0.5$  y  $2.8 \pm 0.6$ ).

Por otro lado, si se integra el valor del momento de todos los partones, no se obtiene el momento total del nucleón. Ello lleva a considerar que existen componentes en el nucleón que no interactúan con los electrones o los neutrinos, pero que contribuyen al momento total. Estos son precisamente los gluones que son las partículas intermediarias de la interacción fuerte, pero que no tienen carga eléctrica ni débil.

### 6.4.2 Experimentos de síntesis

En la colisión de un electrón y un positrón a alta energía, se producen muchas partículas. No obstante, podemos separar los sucesos en los que se producen leptones, como  $\mu^+ \mu^-$ , y los procesos en los que se producen hadrones. En ambos casos,  $e^+$  y  $e^-$  se aniquilan para producir un fotón virtual. Este fotón puede producir  $\mu^+ \mu^-$ , o bien producir  $q\bar{q}$ , en cuyo caso se observarán hadrones. El cociente  $R$  entre la probabilidad de producir hadrones y la probabilidad de producir  $\mu^- \mu^+$  es igual a la suma de los cuadrados de las cargas eléctricas de los quarks que pueden producirse. Así, para energías superiores a 10 GeV, pueden producirse parejas quark-antiquark de los quarks u,d,s,c,b. Además, hay que considerar que existen tres tipos de colores para cada quark, con lo que  $R=11/3$ . Un cálculo más detallado de  $R$  debe tener en cuenta que también existen en las que  $e^+$  y  $e^-$  se aniquilan por interacción débil dando lugar a una  $Z^0$ , que se desintegra en quarks o leptones. Por otro lado, la interacción fuerte entre  $q$  y  $\bar{q}$  afecta el valor de  $R$ .

Los procesos descritos anteriormente se basan en el análisis de las secciones eficaces totales de distintas colisiones. No obstante, las propiedades de los quarks pueden estudiarse en mayor detalle ya que, en los procesos de colisión a altas energías, se producen chorros de partículas que se mueven en la misma dirección. Estos chorros de partículas provienen de un proceso elemental en el que se producen quarks (o gluones) a energías altas. El momento total de las partículas del chorro está relacionado con el momento que tenía originalmente el quark. Los procesos más importantes son los de dos jets, en los que se considera que se ha producido una pareja  $q\bar{q}$ , y los de tres jets, en los que se produce además un gluón. Las correlaciones angulares en estos sucesos de tres jets confirman que el espín del gluón es 1.

## 6.5 Problemas

1) Considera un modelo en el que la masa de los bariones del octete fundamental se expresa como suma de las masas de los quarks constituyentes. En él, el residual  $R^2$  se define como la suma, para todos los bariones, de la diferencia de la masa real del barión menos la masa de los quarks que lo componen, elevada al cuadrado.

a) Obtener las masas de estos quarks por mínimos cuadrados, es decir, minimizando  $R^2$ . Comparar las masas obtenidas para los bariones con las reales.

b) Obtener las masas de los quarks por el mismo procedimiento a partir de las masas del decuplete. Comparar con los resultados anteriores.

c) Obtener las masas de los quarks a partir de las masas de los piones y los kaones, considerando que la masa de los anti-quarks deben ser las mismas que las de los quarks.

2) Teniendo en cuenta que un protón tiene un radio cuadrático medio de 0.8 fm, estimar el valor del cuadrado del momento lineal de los quarks dentro de los bariones. Considerando que los valores obtenidos en 1a) para las masas de los quarks corresponden a la energía total de los quarks, obtener qué energía tendrían si estuvieran en reposo. Obtener la energía cinética de los quarks en los bariones. Discutir la validez de la aproximación no relativista.

3) Obtener la función de onda de espín-sabor de los bariones del decuplete. Obtener el valor de su momento magnético.

4) Obtener la función de onda de espín-sabor de los bariones del octete. Obtener el valor de su momento magnético. Nota: Los quarks  $u$  y  $d$  en la  $\Lambda$  se acoplan a isospín cero, por lo que su función de onda de sabor es antisimétrica. Los quarks  $u$  y  $d$  en la  $\Sigma^0$  se acoplan a isospín uno, por lo que su función de onda de sabor es simétrica.

5) Explicar, utilizando el modelo de quarks, cuál es el momento angular orbital y el espín al que se acoplan los quarks que forman los mesones pseudoescalares  $J = 0, P = -1$  y los vectoriales  $J = 1, P = -1$ . Deducir el valor que tiene la paridad  $C$  de los mesones pseudoescalares neutros  $\pi^0, \eta, \eta'$  y la de los mesones vectoriales neutros  $\rho^0, \omega, \phi$ .

6) Explicar, en el modelo de quarks, por qué la interacción débil, en primer orden, solamente produce procesos en los que la extrañeza cambia en una unidad. Explicar por qué cuando  $\Delta S = \pm 1$ , el isospín cambia en  $\Delta I = \pm 1/2$  mientras que si  $\Delta S = 0$ ,  $\Delta I = \pm 1, 0$ .

# Lección 7

## El paradigma de la física actual: Modelo Estándar

El desarrollo de la física de partículas, especialmente en la segunda mitad de este siglo, ha llevado a la formulación de un paradigma para explicar las propiedades fundamentales de la naturaleza.

El modelo estándar se considera un “modelo” y no una “teoría” ya que tiene un número relativamente alto de parámetros que deben determinarse a partir de la experiencia. Estos son: Las masas de los leptones cargados y de los quarks (9). Las constantes de acoplo de la teoría electrodébil y la cromodinámica cuántica (3). Los parámetros de la matriz CKM (4). La masa del bosón vectorial  $W^\pm$  y la masa del bosón de Higgs (2).

Los ingredientes fundamentales del modelo estándar como paradigma actual de la naturaleza son los siguientes:

### 7.1 Partículas: Quarks y Leptones

Los constituyentes fundamentales de la naturaleza son fermiones con  $J = 1/2$ . Estos se dividen en leptones y quarks.

Los leptones aparecen en tres generaciones:  $e - \nu_e$ ,  $\mu - \nu_\mu$  y  $\tau - \nu_\tau$ . La interacción electro-débil conecta las partículas de cada generación. La interacción de color no actúa entre estas partículas. En cada generación, hay una partícula de carga -1, con masa no nula, y una de carga 0 y masa 0.

Los quarks aparecen también en tres generaciones:  $u - d$ ,  $c - s$ ,  $t - b$ . En cada generación hay una partícula de carga  $2/3$  y una de carga  $-1/3$ , con masas no nulas. Cada partícula puede aparecer en tres colores. La interacción de color actúa entre las partículas, dependiendo del color. La interacción débil conecta principalmente partículas de la misma generación, aunque también puede mezclar distintas generaciones, a través de la matriz CKM.

Los quarks no aparecen aislados en la naturaleza. Solamente aparecen sistemas de quarks que sean incoloros, es decir, invariantes frente a transformaciones del grupo  $SU(3)_c$ . Estos sistemas son los bariones, compuestos de tres quarks, y los mesones, compuestos de un quark y un antiquark.

Además, también debe considerarse como fundamental al bosón de Higgs. Esta partícula hipotética, que tiene espín cero, es necesaria para que tenga sentido el mecanismo de Higgs, que es el que dota de masa a los bosones  $W^\pm$  y  $Z^0$ . Esta partícula, que

aún no se haya descubierto, es un ingrediente fundamental del modelo estándar.

## 7.2 Marco teórico: Teorías Gauge Locales

El marco teórico del modelo estándar es el de las teorías gauge locales. Las teorías gauge locales son una clase especial de teoría cuántica de campos en las que la interacción surge naturalmente a partir de las propiedades de simetría de los sistemas sin interacción. En este sentido, la teoría clásica del electromagnetismo y la teoría general de la gravitación son teorías gauge locales, aunque clásicas. La Electrodinámica Cuántica fue la primera teoría cuántica de campos que se obtuvo como una teoría gauge local. Posteriormente, se obtuvo la Cromodinámica Cuántica y la Teoría Electrodébil. Las teorías gauge locales son renormalizables. No obstante, su mayor atractivo viene de que son conceptualmente muy simples, pues provienen del concepto de que las transformaciones de simetría tienen sentido cuando se realizan localmente, y no en todo el espacio. Al mismo tiempo, son capaces de desarrollar una gran riqueza de fenómenos, en pleno acuerdo con la experiencia.

Cada teoría gauge local está relacionada con un grupo de simetría. Las partículas que sienten la interacción forman una representación irreducible del grupo. La interacción se produce por el intercambio de partículas, llamadas bosones gauge, de los que hay uno por cada generador del grupo. Los bosones gauge tienen siempre espín uno, y masa cero, aunque pueden adquirir masa por el mecanismo de Higgs de ruptura espontánea de la simetría.

La intensidad de la interacción viene determinada por una o varias constantes de acoplamiento, que constituyen los únicos parámetros libres de la teoría.

El acoplamiento de los bosones gauge con las partículas que sienten la interacción viene determinado por la matriz que caracteriza al generador en la representación del grupo. Los términos de interacción entre los bosones gauge aparecen si el grupo no es abeliano, es decir, si los generadores del grupo no conmutan. La interacción depende de las constantes de estructura del grupo, que están relacionadas con los conmutadores de los generadores.

## 7.3 Interacciones

### 7.3.1 Cromodinámica Cuántica

La interacción de color está descrita por la cromodinámica cuántica (QCD). La QCD es una teoría gauge local que proviene de exigir que el lagrangiano que sea invariante frente a transformaciones gauge locales del grupo  $SU(3)_c$ . Estas transformaciones cambiarían el campo correspondiente a un quark de cada color determinado en combinaciones de campos de los tres colores.

El lagrangiano de interacción entre los quarks y los gluones viene dado por:

$$\mathcal{L}^c = g_s \sum_a j_\mu^a(x) A_\mu^a(x)$$

donde  $g_s$  es una constante que da la intensidad de la interacción de color;  $A_\mu^a(x)$  es el campo que crea o aniquila gluones de tipo  $a$ . Hay ocho tipos de gluones, por lo que  $a$  toma valores desde 1 hasta 8. El campo  $A_\mu^a(x)$  es un cuadrivector. Por tanto, los gluones

son partículas de espín uno. La corriente  $j_\mu^a(x)$  es un operador que cambia el color de los quarks, pero no modifica su sabor. Su expresión es

$$j_\mu^a(x) = i \sum_{ijk} \bar{\psi}_{ik}(x) \gamma_\mu \psi_{jk}(x) (\lambda_a)_{ij}$$

donde  $i, j$  son los colores de los quarks, por lo que toman los valores  $r, v, a$ , y  $k$  indica el sabor de los quarks, que puede ser  $u, d, s, c, b, t$ . El operador  $\psi_{jk}(x)$  aniquila un quark de color  $j$  y sabor  $k$ , o bien crea un antiquark de color  $\bar{j}$  y sabor  $\bar{k}$ . El operador  $\bar{\psi}_{ik}(x)$  crea un quark de color  $i$  y sabor  $k$ , o bien aniquila un antiquark de color  $\bar{i}$  y sabor  $\bar{k}$ .  $\lambda_a$  son ocho matrices  $3 \times 3$ , llamadas matrices de Gell-Mann, que corresponden a la representación fundamental de los generadores del grupo  $SU(3)$ .

El único parámetro de la cromodinámica cuántica es el valor de la constante  $g_s$ . Esta “constante”, debido al efecto de la renormalización, toma valores efectivos que dependen de la energía. A energías bajas, del orden del MeV, la constante  $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$  se hace comparable con la unidad, con lo que su valor no puede determinarse con precisión por procedimientos perturbativos. A energías del orden de la masa de la partícula  $\tau$  (1.777 GeV),  $\alpha_s \simeq 0.35$ , con lo cual  $g_s \simeq 2.1$ . Sin embargo, a energías del orden de la masa de la  $Z^0$  (90 GeV),  $\alpha_s = 0.1181$ , con lo que  $g_s = 1.218$ . El hecho de que la constante  $g_s$  aumente su valor conforme disminuye la energía está relacionado con que la interacción fuerte aumenta conforme aumenta la distancia de las partículas coloreadas. Esto lleva al confinamiento del color.

Los gluones interactúan entre sí. Su acoplamiento viene determinado por las constantes de estructura  $f_{bc}^a$  del grupo  $SU(3)$ . Esta interacción provoca el confinamiento, por el que sistemas coloreados (quarks o gluones) no pueden aparecer libremente en la naturaleza. La QCD es la responsable de las propiedades de los hadrones, y de las interacciones fuertes entre ellos. No obstante, la no validez del tratamiento perturbativo para la QCD a energías bajas (1 GeV) hace que no haya sido posible hasta ahora predecir las propiedades de los hadrones a partir de la QCD.

### 7.3.2 Teoría Electrodébil

La teoría electrodébil (TED) unifica la interacción electromagnética y la interacción débil. La TED es una teoría gauge local que proviene de exigir que el lagrangiano sea invariante frente a transformaciones del gauge locales del grupo  $U(2)$ . Estas transformaciones cambiarían el campo correspondiente al electrón y al neutrino en combinaciones de electrón y neutrino. Análogamente, cambiaría el quark  $u$  en una combinación de quarks  $u$  y  $d'$ .

La interacción electrodébil viene determinada por dos constantes de acoplamiento  $g$  y  $g'$ . En la TED aparecen cuatro campos gauge, uno de los cuales es el campo electromagnético, que lleva asociado el fotón  $\gamma$ , y los otros describen la interacción con corrientes débiles cargadas y neutras, y llevan asociadas los bosones vectoriales  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z^0$ .

La densidad lagrangiana de interacción electromagnética viene dado por

$$\mathcal{L}^{em} = e j_\mu(x) A_\mu(x)$$

donde la corriente electromagnética  $j_\mu(x)$  es la suma de una corriente electromagnética leptónica y una hadrónica. El modelo de quarks permite dar una expresión compacta a la corriente electromagnética de los hadrones.

$$j_\mu^{had}(x) = i \sum_{jk} q(k) \bar{\psi}_{jk}(x) \gamma_\mu \psi_{jk}(x)$$

donde el índice  $k$  se refiere a los seis sabores de los quarks, y el índice  $j$  a los tres colores.  $q(k)$  es la carga eléctrica de cada quark, que depende del sabor y vale  $2/3$  para  $u, c, t$  y  $-1/3$  para  $d, s, b$ . La interacción electromagnética no modifica ni el color ni el sabor de los quarks.

La densidad lagrangiana de la interacción débil es

$$\mathcal{L}^d = \frac{g_w}{\sqrt{2}} \left( W_\mu(x) j_\mu^+(x) + W_\mu^*(x) j_\mu^-(x) \right)$$

donde las corrientes débiles  $j_\mu^\pm(x)$  son la suma de una corriente leptónica y una corriente hadrónica. El modelo de quarks permite dar una expresión compacta a la corriente hadrónica.

$$j_\mu^{+had} = i \sum_{jkl} V_{kl} \bar{\psi}_{jk} \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_{jl}$$

donde  $k$  toma los valores de los quarks con carga  $+2/3$  (u,c,t) y  $l$  toma los valores de los quarks con carga  $-1/3$  (d,s,b). El índice  $j$  indica el color, que no se modifica en las corrientes débiles. Los 9 posibles acoplamientos  $V_{ij}$  vienen descritos por la matriz de Cabibbo–Kobayashi–Maskawa, o CKM. La corriente débil cargada negativa se obtiene como el operador conjugado:

$$j_\mu^{-had} = i \sum_{jkl} V_{kl}^* \bar{\psi}_{jl} \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_{jk}$$

Nótese que aparece el término  $(1 - \gamma_5)$ , que indica que sólo los quarks con quiralidad negativa sienten la interacción débil.

La teoría electrodébil explica todos los fenómenos de la electrodinámica cuántica y de la teoría del bosón vectorial intermedio. Además, predice la presencia de una interacción débil, en la que no se modifica la carga de las partículas que interaccionan, que son las que se deben al intercambio del bosón  $Z^0$ . Esta interacción viene dada dada por la densidad lagrangiana de interacción:

$$\mathcal{L}^{d0} = \sqrt{g^2 + g'^2} j_\mu^0(x) Z_\mu(x)$$

donde la corriente débil neutra es una suma de corrientes debidas a los quarks, a los leptones cargados y a los neutrinos. La corriente debida a los neutrinos toma la forma

$$j_\mu^{0(neut)}(x) = i \sum_i \bar{\psi}_i(x) \frac{1 - \gamma_5}{2} \gamma_\mu \psi_i(x)$$

donde el índice  $i$  toma los valores  $\nu_e, \nu_\mu$  y  $\nu_\tau$ .

La constante de acoplo con el fotón viene dado por  $gg'/\sqrt{g^2 + g'^2}$ , cantidad que se identifica con  $e$ . La constante de acoplo con los bosones  $W^+$  y  $W^-$  es  $g$ , que por tanto coincide con  $g_w$ . La constante de acoplo con el bosón vectorial neutro  $Z^0$  es  $\sqrt{g^2 + g'^2}$ .

Los valores de estas constates, evaluados para  $E \simeq 100 GeV$ , son  $g = 0.65185$  y  $g' = 0.35744$ .

Estos bosones adquieren masa por el mecanismo de Higgs de ruptura espontánea de la simetría. Este mecanismo deja sin masa al fotón, y da una masa a la  $Z^0$  y a la  $W^\pm$  que están en la relación  $m(Z^0)/m(W^\pm) = \sqrt{g^2 + g'^2}/g^2$ . Esta relación está en muy buen acuerdo con los valores experimentales  $m(W^\pm) = 80.41 GeV$  y  $m(Z^0) = 91.187 GeV$ .

La corriente neutra debida a los neutrinos da la contribución principal del decaimiento de la  $Z^0$ . A partir de la anchura de esta partícula, puede deducirse el número de neutrinos que existe en la naturaleza, y este resulta que es 3. Este argumento indica que no se esperan nuevas familias de quarks o leptones.